© Holger Sandker, 26133 Oldenburg

ANALYSESCHEMA ALLOKATIONSTHEORIE

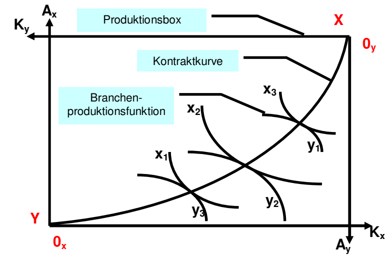
Holger@Sandker.de

	Effiziente Güterverteilung (Konsumoptimum, Tauschoptimum)	Effiziente Faktorverwendung (Produktionsoptimum)	Globale Effizienz
Gleichgewichtsbedingungen	$-\frac{dy_1}{dx_1} = -\frac{dy_2}{dx_2}$ Die produzierten Güter X und Y sind so auf die beiden Konsumenten zu verteilen, dass die Grenzraten der Gütersubstitution übereinstimmen.	$-\frac{dA_x}{dK_x} = -\frac{dA_y}{dK_y}$ Die Produktionsfaktoren A und K sind so auf die beiden Branchen aufzuteilen, dass die Grenzraten der Faktorsubstitution in beiden Verwendungen gleich sind.	$-\frac{dy_i}{dx_i} = -\frac{dY}{dX}$ Produktion und Konsum sind so aufeinander abzustimmen, dass die Grenzrate der Transformation den Grenzraten der Gütersubstitution bei den Konsumenten entspricht.
Grenzratenbedingungen	Durch totale Differentiation der Nutzenfunktion $U_i(x_i, y_i)$ mit $dU_i = 0$ erhält man die Grenzrate der Substitution $-\frac{dy_i}{dx_i}$.	Durch totale Differentiation der Branchenproduktionsfunktionen $X(K_x, A_x)$ und $Y(K_y, A_y)$ mit $dX = 0$ bzw. $dY = 0$ erhält man die Grenzrate der Faktorsubstitution $-\frac{dA}{dK}$.	Durch totale Differentiation der Branchenproduktionsfunktionen $X(K_x, A_x)$ und $Y(K_y, A_y)$ mit $dX = 0$ bzw. $dY = 0$ in Verbindung mit der totalen Differentiation der Bedingungen zur Vollbeschäftigung $\bar{A} = A_x + A_y$ und $\bar{K} = K_x + K_y$ erhält man die Grenzrate der Transformation $-\frac{dY}{dX}$.
	$-\frac{dy_i}{dx_i} = \frac{\frac{\partial U_i}{\partial x_i}}{\frac{\partial U_i}{\partial y_i}} = \frac{p_x}{p_y}$ (a) Die negative Grenzrate der Gütersubstitution ist gleich dem umgekehrten Verhältnis der Grenznutzen. (b) Das Grenznutzenverhältnis ist gleich dem Güterpreisverhältnis.	$-\frac{dA}{dK} = \frac{\frac{\partial X}{\partial K_x}}{\frac{\partial X}{\partial A_x}} = \frac{\frac{\partial Y}{\partial K_y}}{\frac{\partial Y}{\partial A_y}} = \frac{p_k}{p_a}$ (a) Die negative Grenzrate der Faktorsubstitution ist gleich dem umgekehrten Verhältnis der Grenzproduktivitäten. (b) Das Grenzproduktivitätenverhältnis ist gleich dem Faktorpreisverhältnis.	$-\frac{dY}{dX} = \frac{\frac{\partial Y}{\partial A_y}}{\frac{\partial X}{\partial A_x}} = \frac{\frac{\partial Y}{\partial K_y}}{\frac{\partial X}{\partial K_x}}$ Die negative Grenzrate der Transformation ist gleich dem Verhältnis der Grenzproduktivitäten eines Faktors.

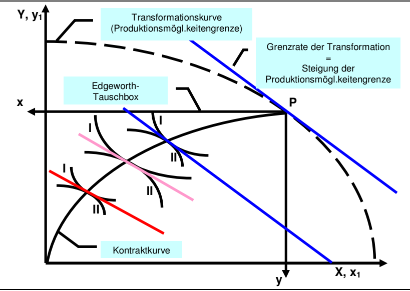
Grafische Darstellung

Effiziente Güterverteilung: (siehe Globale Effizienz)

Effiziente Faktorverwendung:



Globale Effizienz:



	Effiziente Güterverteilung	Effiziente Faktorverwendung	Globale Effizienz
Pareto-Optimum (PO)	Lagrange-Funktion: $L = U_1(x_1,y_1) + \lambda[U_2(x_2,y_2) - \bar{U}_2] + \Theta_x(X - x_1 - x_2) + \Theta_y(Y - y_1 - y_2) + \Theta_a(\bar{A} - A_x - A_y) + \Theta_k(\bar{K} - K_x - K_y) + \delta_x[X(A_x,K_x) - X] + \delta_y[Y(A_y,K_y) - Y]$ (A1) (A2) (A3) (A4) (A5) (A6) (A7) (A8) BEO: $\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial U_1}{\partial x_1} - \Theta_x$ (B1), $\frac{\partial L}{\partial y_1} = \frac{\partial U_1}{\partial y_1} - \Theta_y$ (B2), $\frac{\partial L}{\partial x_2} = \lambda\frac{\partial U_2}{\partial x_2} - \Theta_x$ (B3), $\frac{\partial L}{\partial y_2} = \lambda\frac{\partial U_2}{\partial y_2} - \Theta_y$ (B4), $\frac{\partial L}{\partial A_x} = -\Theta_a + \delta_x\frac{\partial X}{\partial A_x}$ (B5), $\frac{\partial L}{\partial A_y} = -\Theta_a + \delta_y\frac{\partial Y}{\partial A_y}$ (B6), $\frac{\partial L}{\partial K_x} = -\Theta_k + \delta_x\frac{\partial X}{\partial K_x}$ (B7), $\frac{\partial L}{\partial K_y} = -\Theta_k + \delta_y\frac{\partial X}{\partial K_y}$ (B8), $\frac{\partial L}{\partial X} = \Theta_x - \delta_x$ (B9), $\frac{\partial L}{\partial Y} = \Theta_y - \delta_y$ (B10) (alle gleich Null)		
	Aus (B1) bis (B4) folgt: **(I)** $\frac{\Theta_x}{\Theta_y} = \frac{\frac{\partial U_1}{\partial x_1}}{\frac{\partial U_1}{\partial y_1}} = \frac{\frac{\partial U_2}{\partial x_2}}{\frac{\partial U_2}{\partial y_2}} = -\frac{dy_1}{dx_1} = -\frac{dy_2}{dx_2}$	Aus (B5) bis (B8) folgt: **(II)** $\frac{\Theta_k}{\Theta_a} = \frac{\frac{\partial X}{\partial K_x}}{\frac{\partial X}{\partial A_x}} = \frac{\frac{\partial Y}{\partial K_y}}{\frac{\partial Y}{\partial A_y}} = -\frac{dA_x}{dK_x} = -\frac{dA_y}{dK_y}$	Aus (B5) bis (B10) folgt: **(III)** $\frac{\partial_x}{\partial_y} = \frac{\Theta_x}{\Theta_y} = \frac{\frac{\partial Y}{\partial A_y}}{\frac{\partial X}{\partial A_x}} = \frac{\frac{\partial Y}{\partial K_y}}{\frac{\partial X}{\partial K_x}} = -\frac{dX}{dY} = -\frac{dy_i}{dx_i}$
Marktgleichgewicht (MG)	Lagrange-Funktion: $L = U_i(x_i,y_i) + \lambda_i[\bar{E}_i - \bar{p}_x x_i - \bar{p}_y y_i]$ BEO: $\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial U_i}{\partial x_i} - \lambda_i \bar{p}_x$ $\frac{\partial L}{\partial y_i} = \frac{\partial U_i}{\partial y_i} - \lambda_i \bar{p}_y$	Die zu maximierenden Gewinnfunktionen der beiden Unternehmen: $G_x^j = \bar{p}_x \cdot X^j(A_x^j, K_x^j) - \bar{p}_a A_x^j - \bar{p}_k K_x^j$ $G_y^r = \bar{p}_y \cdot Y^r(A_y^r, K_y^r) - \bar{p}_a A_y^r - \bar{p}_k K_y^r$ BEO: $\frac{\partial G_x^j}{\partial A_x^j} = \bar{p}_x \frac{\partial X^j}{\partial A_x^j} - \bar{p}_a = 0$ $\frac{\partial G_x^j}{\partial K_x^j} = \bar{p}_x \frac{\partial X^j}{\partial K_x^j} - \bar{p}_k = 0$ $\frac{\partial G_y^r}{\partial A_y^r} = \bar{p}_y \frac{\partial Y^r}{\partial A_y^r} - \bar{p}_a = 0$ $\frac{\partial G_y^r}{\partial K_y^r} = \bar{p}_y \frac{\partial Y^r}{\partial K_y^r} - \bar{p}_k = 0$	Aus den BEO ergibt sich: $\frac{\bar{p}_x}{\bar{p}_y} = \frac{\frac{\partial Y^r}{\partial A_y^r}}{\frac{\partial X^j}{\partial A_x^j}} = \frac{\frac{\partial Y^r}{\partial K_y^r}}{\frac{\partial X^j}{\partial K_x^j}}$
	(I) $\left(\frac{\bar{p}_x}{\bar{p}_y} = \frac{\frac{\partial U_i}{\partial x_i}}{\frac{\partial U_i}{\partial y_i}} =\right) -\frac{dy_i}{dx_i}$	**(II)** $\left(\frac{\bar{p}_k}{\bar{p}_a} = \frac{\frac{\partial X^j}{\partial K_x^j}}{\frac{\partial X^j}{\partial A_x^j}} = \frac{\frac{\partial Y^r}{\partial K_y^r}}{\frac{\partial Y^r}{\partial A_y^r}} =\right) -\frac{dA_x^j}{dK_x^j} = -\frac{dA_y^r}{dK_y^r}$	**(III)** $-\frac{dY}{dX}\left(= \frac{\bar{p}_x}{\bar{p}_y}\right) = -\frac{dy_i}{dx_i}$

		Effiziente Güterverteilung	Effiziente Faktorverwendung	Globale Effizienz
Zwischenprodukt Z In der Branche Y, produziert durch den Einsatz der Primärfaktoren A und K $Z=Z(A_Z, K_Z)$ $Y=Y(A_Y, K_Y, Z)$	**PO**	$L = U_1(x_1,y_1) + \lambda[U_2(x_2,y_2) - \bar{U}_2] + \Theta_x(X - x_1 - x_2) + \Theta_y(Y - y_1 - y_2) + \Theta_a(\bar{A} - A_x - A_y - A_z) + \Theta_k(\bar{K} - K_x - K_y - K_z) + \delta_x[X(A_x,K_x) - X] + \delta_y[Y(A_y,K_y,Z) - Y] + \delta_z[Z(A_z,K_z) - Z]$		
		(I) wie Grundmodell	**(II)** analog Grundmodell $-\frac{dA_x}{dK_x} = -\frac{dA_y}{dK_y} = -\frac{dA_z}{dK_z}$ zusätzlich **(IIa)** $\frac{\partial Y}{\partial A_y} = \frac{\partial Y}{\partial Z}\frac{\partial Z}{\partial A_z}$ und **(IIb)** $\frac{\partial Y}{\partial K_y} = \frac{\partial Y}{\partial Z}\frac{\partial Z}{\partial K_z}$ Die Primärfaktoren A und K sind so auf die Branchen Y und Z zu verteilen, dass die indirekte Grenzproduktivität der direkten jeweils gleich ist.	**(III)** wie Grundmodell
	MG	**(I)** wie Grundmodell	$G_y = p_y \cdot Y(A_y, K_y, Z) - p_a A_y - p_k K_y - p_z Z$ $G_z = p_z \cdot Z(A_z, K_z) - p_a A_z - p_k K_z$ **(II)** $\frac{p_k}{p_a} = \frac{\frac{\partial X}{\partial K_x}}{\frac{\partial X}{\partial A_x}} = \frac{\frac{\partial Y}{\partial K_y}}{\frac{\partial Y}{\partial A_y}} = \frac{\frac{\partial Z}{\partial K_z}}{\frac{\partial Z}{\partial A_z}} = -\frac{dA_x}{dK_x} = -\frac{dA_y}{dK_y} = -\frac{dA_z}{dK_z}$ zusätzlich **(IIa)** $\frac{\partial Y}{\partial A_y} = \frac{p_a}{p_y} = \frac{\partial Y}{\partial Z}\frac{\partial Z}{\partial A_z}$ und **(IIb)** $\frac{\partial Y}{\partial K_y} = \frac{p_k}{p_y} = \frac{\partial Y}{\partial Z}\frac{\partial Z}{\partial K_z}$	**(III)** wie Grundmodell
Variables, individuelles Arbeitsangebot Zeit ist Arbeit oder Freizeit: $\bar{T}_i = A_i + F_i$	**PO**	$L = U_1(x_1,y_1,F_1) + \sum_{i=2}^{n}\lambda_i[U_i(x_i,y_i,F_i) - \bar{U}_i] + \Theta_x(X - \sum_{i=1}^{n}x_i) + \Theta_y(Y - \sum_{i=1}^{n}y_i) + \Theta_t(\sum_{i=1}^{n}\bar{T}_i - A_i - K_i) + \Theta_a(\sum_{i=1}^{n}A_i - A_x - A_y) + \Theta_k(\bar{K} - K_x - K_y) + \delta_x[X(A_x,K_x) - X] + \delta_y[Y(A_y,K_y) - Y]$		
		(I) wie Grundmodell $-\frac{dy_1}{dx_1} = -\frac{dy_n}{dx_n}$ zusätzlich **(Ia)** $-\frac{dx_1}{dF_1} = -\frac{dx_n}{dF_n}$ und **(Ib)** $-\frac{dy_1}{dF_1} = -\frac{dy_n}{dF_n}$ Die partiellen Grenzraten der Substitution zwischen jeweils einem Gut und der Freizeit müssen bei allen Konsumenten gleich sein.	**(II)** wie Grundmodell	**(III)** $-\frac{dY}{dX} = -\frac{dy_i}{dx_i}$ zusätzlich **(IIIa)** $-\frac{\partial X}{\partial A_x} = -\frac{dx_i}{dF_i}$ und **(IIIb)** $-\frac{\partial Y}{\partial A_y} = -\frac{dy_i}{dF_i}$ Die Grenzproduktivität der Arbeit in den jeweiligen Verwendungen muss gleich der Grenzrate der Substitution zwischen dem jeweiligen Gut und der Freizeit sein. Diese Grenzraten müssen bei allen Konsumenten gleich sein.
	MG	$L = U_i(x_i,y_i,F_i) + \lambda_i[\bar{p}_a \cdot (\bar{T}_i - F_i) + \bar{p}_k \cdot \bar{K}_i - \bar{p}_x \cdot x_i - \bar{p}_y \cdot y_i]$ **(I)** $\left(\frac{p_x}{p_y} = \frac{\frac{\partial U_i}{\partial x_i}}{\frac{\partial U_i}{\partial y_i}} =\right) -\frac{dy_i}{dx_i}$ zusätzlich **(Ia)** $\left(\frac{p_a}{p_x} = \frac{\frac{\partial U_i}{\partial F_i}}{\frac{\partial U_i}{\partial x_i}} =\right) -\frac{dx_i}{dF_i}$ bzw. **(Ib)** $\left(\frac{p_a}{p_y} = \frac{\frac{\partial U_i}{\partial F_i}}{\frac{\partial U_i}{\partial y_i}} =\right) -\frac{dy_i}{dF_i}$	**(II)** wie Grundmodell	**(III)** $-\frac{dY}{dX} = -\frac{dy_i}{dx_i}$ zusätzlich: **(IIIa)** $\left(\frac{p_a}{p_x}\right) = -\frac{\partial X}{\partial A_x} = -\frac{dx_i}{dF_i}$ bzw. **(IIIb)** $\left(\frac{p_a}{p_y}\right) = -\frac{\partial Y}{\partial A_y} = -\frac{dy_i}{dF_i}$

© Holger Sandker, 26133 Oldenburg

ANALYSESCHEMA ALLOKATIONSTHEORIE

Holger@Sandker.de

		Effiziente Güterverteilung (Konsumoptimum, Tauschoptimum)	Effiziente Faktorverwendung (Produktionsoptimum)	Globale Effizienz
Externe Effekte in der Produktion – Output-Externalität 1 $X = X[A_x, K_x, Y(A_y,K_y)]$ mit z.B. $\frac{\partial X}{\partial Y} < 0$	**PO**	**(I)** wie Grundmodell	$L = Y(A_y,K_y) + \lambda[X(A_x,K_x,Y(A_y,K_y)) - \overline{X}] + \mu_a(\overline{A} - A_x - A_y) + \mu_k(\overline{K} - K_x - K_y)$	Unter Verwendung des Enveloppen-Theorems ergibt sich $\frac{dY}{dX} = \frac{\partial L}{\partial X} = -\lambda$:
			(II) wie Grundmodell	**(IIIa)** $-\frac{dY}{dX} = \lambda = \frac{\frac{\partial Y}{\partial A_y}}{\frac{\partial X}{\partial A_x} - \frac{\partial X}{\partial Y}\frac{\partial Y}{A_y}} = \frac{\frac{\partial Y}{\partial K_y}}{\frac{\partial X}{\partial K_x} - \frac{\partial X}{\partial Y}\frac{\partial Y}{K_y}} = -\frac{dy_i}{dx_i}$ Die Grenzrate der Transformation ist das Verhältnis der sozialen Grenzproduktivitäten (SGP: Summe aus direkter und indirekter Grenzproduktivität) eines Faktors in den beiden Produktionszweigen.
	MG	**(I)** wie Grundmodell	$G_x = \overline{p}_x \cdot X(A_x,K_x,\overline{Y}) - \overline{p}_a A_x - \overline{p}_{kx} K_x$	$G_y = \overline{p}_y \cdot Y(A_y,K_y) - \overline{p}_a A_y - \overline{p}_{ky} K_y$
			(II) wie Grundmodell	~~(III)~~ $-\frac{dy_i}{dx_i} = \frac{\frac{\partial Y}{\partial A_y}}{\frac{\partial X}{\partial A_x}} > \frac{\frac{\partial Y}{\partial A_y}}{\frac{\partial X}{\partial A_x} - \frac{\partial X}{\partial Y}\frac{\partial Y}{A_y}} = -\frac{dX}{dY}$ Unabhängige Gewinnmaximierung der Unternehmen führt zwar dazu, dass im Gleichgewicht ein Punkt auf der Produktionsmöglichkeitsgrenze realisiert wird. Da jedoch das Unternehmen im Sektor Y den Schaden, den es beim Unternehmen im Sektor X verursacht, bei seinem Maximierungskalkül vernachlässigt, wird die Produktion an die Bedürfnisse der Konsumenten nicht pareto-optimal angepasst.
Verbrauchsteuer (Mengensteuer), zur Heilung der Fehlallokation $p_y^b = p_y + t$				$-\frac{dy_i}{dx_i} = \frac{p_x}{p_y + t} = \frac{\frac{\partial Y}{\partial A_y}}{\frac{\partial X}{\partial A_x} - \frac{\partial X}{\partial Y}\frac{\partial Y}{A_y}}$, daraus folgt: $t = -p_x \frac{\partial X}{\partial Y}$
Externe Effekte in der Produktion – Input-Externalität 1 $X(A_x,K_x,K_y) - X = 0$ mit z.B. $\frac{\partial X}{\partial K_y} < 0$	**PO**	**(I)** wie Grundmodell	$L = Y(A_y,K_y) + \lambda[X(A_x,K_x,K_y) - \overline{X}] + \mu_a(\overline{A} - A_x - A_y) + \mu_k(\overline{K} - K_x - K_y)$	Unter Verwendung des Enveloppen-Theorems ergibt sich $\frac{dY}{dX} = \frac{\partial L}{\partial X} = -\lambda$:
			(IIa) $\frac{\frac{\partial Y}{\partial K_y}}{\frac{\partial Y}{\partial A_y}} = \frac{\frac{\partial X}{\partial K_x} - \frac{\partial X}{\partial K_y}}{\frac{\partial X}{\partial A_x}}$ Das Verhältnis der sozialen Grenzproduktivitäten (SGP: Summe aus direkter und indirekter Grenzproduktivität) von Kapital und Arbeit muss in den beiden Verwendungen gleich sein.	**(IIIa)** $-\frac{dY}{dX} = \lambda = \frac{\frac{\partial Y}{\partial A_y}}{\frac{\partial X}{\partial A_x}} = \frac{\frac{\partial Y}{\partial K_y}}{\frac{\partial X}{\partial K_x} - \frac{\partial X}{K_y}} = -\frac{dy_i}{dx_i}$ Die Grenzrate der Transformation muss dem Verhältnis der sozialen Grenzproduktivitäten (SGP: Summe aus direkter und indirekter Grenzproduktivität) eines Faktors in beiden Produktionszweigen entsprechen.
	MG	**(I)** wie Grundmodell	$G_x = \overline{p}_x \cdot X(A_x,K_x,\overline{K}_y) - \overline{p}_a A_x - \overline{p}_k K_x$	$G_y = \overline{p}_y \cdot Y(A_y,K_y) - \overline{p}_a A_y - \overline{p}_k K_y$
			(II) wie Grundmodell, d.h. die Bedingung **(IIa)** für die effiziente Faktorverwendung ist nicht erfüllt!	Es ergibt sich: $\frac{\frac{\partial X}{\partial K_x}}{\frac{\partial X}{\partial A_y}} = \frac{\frac{\partial Y}{\partial K_y}}{\frac{\partial Y}{\partial A_y}}$ Bereits die hier notwendige Bedingung für effiziente Produktion ist verletzt (vgl. links). Die Produktion im Marktgleichgewicht ist also nicht effizient.
Externe Effekte im Konsum $U_1(x_1,y_1,y_2)$	**PO**	$L = U_1(x_1,y_1,y_2) + \lambda[U_2(x_2,y_2) - \overline{U}2] + \Theta_x(X - x_1 - x_2) + \Theta_y(Y - y_1 - y_2) + \ldots$		
		(Ia) $-\frac{dy_1}{dx_1} = -\frac{dy_2}{dx_2} = \frac{\frac{\partial U_1}{\partial y_1}}{\frac{\partial U_1}{\partial x_1}} - \frac{\frac{\partial U_1}{\partial y_2}}{\frac{\partial U_1}{\partial x_1}} = \frac{\frac{\partial U_2}{\partial y_2}}{\frac{\partial U_2}{\partial x_2}}$	**(II)** wie Grundmodell	**(IIIa)** $-\frac{dX}{dY} = \frac{\frac{\partial X}{\partial A_x}}{\frac{\partial Y}{\partial A_y}} = \frac{\frac{\partial X}{\partial K_x}}{\frac{\partial Y}{\partial K_y}} = -\frac{dy_1}{dx_1} = -\frac{dy_2}{dx_2} = \frac{\frac{\partial U_1}{\partial y_1}}{\frac{\partial U_1}{\partial x_1}} - \frac{\frac{\partial U_1}{\partial y_2}}{\frac{\partial U_1}{\partial x_1}} = \frac{\frac{\partial U_2}{\partial y_2}}{\frac{\partial U_2}{\partial x_2}}$
	MG	**(I)** wg. unabhängiger Nutzenmaximierung wie Grundmodell, d.h. die Bedingung **(Ia)** für die effiziente Güterverteilung ist nicht erfüllt!	**(II)** wie Grundmodell	**(III)** wie Grundmodell, d.h. die Bedingung **(IIIa)** für globale Effizienz ist nicht erfüllt!
Externe Effekte zwischen Produktion und Konsum – Output-Externalität 2 $U_i(x_i,y_i,X)$	**PO**	$L = U_1(x_1,y_1,X) + \lambda[U_2(x_2,y_2,X) - \overline{U}2] + \Theta_x(X - x_1 - x_2) + \Theta_y(Y - y_1 - y_2) + \ldots$		
		(I) wie Grundmodell	**(II)** wie Grundmodell	**(IIIa)** $-\frac{dy_i}{dx_i} + \frac{\frac{\partial U_1}{\partial X}}{\frac{\partial U_1}{\partial y_1}} + \frac{\frac{\partial U_2}{\partial X}}{\frac{\partial U_2}{\partial y_2}} = -\frac{dX}{dY}$
	MG	**(I)** wie Grundmodell	**(II)** wie Grundmodell	**(III)** wie Grundmodell, d.h. die Bedingung **(IIIa)** für globale Effizienz ist nicht erfüllt!
Externe Effekte zwischen Produktion und Konsum – Input-Externalität 2 $U_1(x_1,y_1,K_x)$	**PO**	$L = U_1(x_1,y_1,K_x) + \lambda[U_2(x_2,y_2) - \overline{U}2] + \Theta_x(X - x_1 - x_2) + \Theta_y(Y - y_1 - y_2) + \Theta_a(\overline{A} - A_x - A_y) + \Theta_k(\overline{K} - K_x - K_y) + \delta_x[X(A_x,K_x) - X] + \delta_y[Y(A_y,K_y) - Y]$		
		(I) wie Grundmodell	**(IIa)** $\frac{\left(\frac{\frac{\partial U_1}{\partial K_x}}{\frac{\partial U_1}{\partial x_1}}\right) + \frac{\partial X}{\partial K_x}}{\frac{\partial X}{\partial A_x}} = \frac{\frac{\partial Y}{\partial K_y}}{\frac{\partial Y}{\partial A_y}}$ Die Faktoren müssen so auf die Produktionsbereiche aufgeteilt sein, dass die sozialen Grenzraten der Faktorsubstitution übereinstimmen. (Die soziale Grenzproduktivität ist die Summe aus direkter und indirekter Grenzproduktivität; $\frac{\partial U_1}{\partial x_1}$ ist lediglich Umrechnungsgröße).	**(IIIa)** $\frac{\frac{\partial U_1}{\partial x_1}}{\frac{\partial U_1}{\partial y_1}} = \frac{\frac{\partial Y}{\partial K_y}}{\frac{\partial X}{\partial K_x}} - \frac{\frac{\frac{\partial U_1}{\partial K_x}}{\frac{\partial U_1}{\partial y_1}}}{\frac{\partial X}{\partial K_x}}$ Die Grenzrate der Transformation muss um den externen Effekt $\frac{\partial U_1}{\partial K_x}$ kleiner sein (rechte Seite), als die individuelle Grenzrate der Gütersubstitution (linke Seite). ($\frac{\partial U_1}{\partial y_1}$ und $\frac{\partial X}{\partial K_x}$ sind Umrechnungsgrößen)
	MG	**(I)** wie Grundmodell	**(II)** wie Grundmodell, d.h. die Bedingung **(IIa)** für die effiziente Faktorverwendung ist nicht erfüllt!	**(III)** wie Grundmodell, d.h. die Bedingung **(IIIa)** für globale Effizienz ist nicht erfüllt!
Preisverzerrungen $p_{ky} > p_{kx}$	**MG**	**(I)** wie Grundmodell	~~(II)~~ $-\frac{dA_x}{dK_x} < -\frac{dA_y}{dK_y}$ Die Grenzrate der Faktorsubstitution zwischen Arbeit und Kapital ist im Sektor X kleiner als im Sektor Y. Im Gleichgewicht realisiert die Ökonomie demnach einen Produktionspunkt, der unterhalb ihrer Produktionsmöglichkeitsgrenze und damit unterhalb der Transformationskurve liegt.	~~(III)~~ $-\frac{dy_i}{dx_i} < -\frac{dY}{dX}$ Im gleichgewichtigen Produktionspunkt auf der realisierbaren Transformationskurve ist die Grenzrate der Transformation von Y durch X größer als die Grenzrate der Gütersubstitution.
Monopol Beide Güter werden jeweils von einem Monopolisten produziert. Der Monopolist sieht den Güterpreis nicht als gegeben an, sondern setzt ihn selbst! <u>Anmerkung:</u> Ein analoges Ergebnis – effiziente Faktorverwendung aber keine globale Effizienz – ergibt sich auch im **Cournot-Duopol**.	**MG**	**(I)** wie Grundmodell	$L = p_x x(p_x, p_y^*, M) - p_a A_x - p_k K_x + \lambda[X(A_x,K_x) - x(p_x, p_y^*, M)]$	$L = p_y y(p_y, p_x^*, M) - p_a A_y - p_k K_y + \lambda[Y(A_y,K_y) - y(p_y, p_x^*, M)]$
			(II) $\frac{\frac{\partial X}{\partial K_x}}{\frac{\partial X}{\partial A_x}} = \frac{\frac{\partial Y}{\partial K_y}}{\frac{\partial Y}{\partial A_y}} = \frac{\partial A_x}{\partial K_x} = \frac{\partial A_y}{\partial K_y}$	~~(III)~~ $-\frac{dY}{dX} = \frac{p_x\left(1 - \frac{1}{\frac{\partial x}{\partial p_x}}\right)}{p_y\left(1 - \frac{1}{\frac{\partial y}{\partial p_y}}\right)} <> \frac{p_x}{p_y} = -\frac{dy_i}{dx_i}$ Sind die Preiselastizitäten der Nachfrage verschieden (und dies ist der Regelfall), ist die Grenzrate der Transformation ungleich dem Güterpreisverhältnis und deshalb ungleich der Grenzrate der Gütersubstitution.

© Holger Sandker, 26133 Oldenburg

ANALYSESCHEMA ALLOKATIONSTHEORIE

Holger@Sandker.de

		Effiziente Güterverteilung (Konsumoptimum, Tauschoptimum)	Effiziente Faktorverwendung (Produktionsoptimum)	Globale Effizienz
Steuern auf variablem, individuellem Arbeitsangebot	**MG**	$L = U_i(x_i, y_i, F_i) + \lambda_i[(1-\tau)\{p_a(\bar{T}_i - F_i) + p_k K_i\} - p_x x_i - p_y y_i]$ **(I)** $-\frac{dy_i}{dx_i} = \frac{p_x}{p_y}$ **(Ia)** $-\frac{dx_i}{dF_i} = \frac{(1-\tau)p_a}{p_x}$ **(Ib)** $-\frac{dy_i}{dF_i} = \frac{(1-\tau)p_a}{p_y}$	**(II)** wie Grundmodell	**(III)** $-\frac{dY}{dX} = \frac{p_x}{p_y} = -\frac{dy_i}{dx_i}$ ~~**(IIIa)**~~ $\frac{\partial X}{\partial A_x} = \frac{p_a}{p_x} > \frac{(1-\tau)p_a}{p_x} - \frac{dx_i}{dF_i}$ ~~**(IIIb)**~~ $\frac{\partial Y}{\partial A_y} = \frac{p_a}{p_y} > \frac{(1-\tau)p_a}{p_y} - \frac{dy_i}{dF_i}$ Damit sind zwei Effizienzbedingungen verletzt, weil durch die Besteuerung des individuellen Arbeitseinkommens die Wahl zwischen Arbeits- und Freizeit beeinflusst wird.
Spezifische Verbrauchsteuer (Wertsteuer, z.B. Tabaksteuer) auf den Verbrauch eines Gutes $p_y^b = p_y^n(1+t_y)$	**MG**	analog Grundmodell mit $p_y = p_y^b$ **(I)** $\frac{p_x}{p_y^b}\left(=\frac{\partial U_i / \partial x_i}{\partial U_i / \partial y_i}\right) = -\frac{dy_i}{dx_i}$ Die Grenzrate der Gütersubstitution ist gleich dem umgekehrten Brutto-Güterpreisverhältnis.	**(II)** wie Grundmodell	~~**(III)**~~ $-\frac{dy_i}{dx_i} = \frac{p_x}{p_y^b} < \frac{p_x}{p_y^n} = -\frac{dY}{dX}$ Die Bedingung für die globale Effizienz ist nicht erfüllt, weil Konsumenten und Produzenten ihre Entscheidungen an unterschiedlichen Preisen ausrichten.
Allgemeine Verbrauchsteuer (Wertsteuer) auf beide Güter mit gleichem Steuersatz $t_x = t_y = t$ $p_x^b = p_x^n(1+t_x)$; $p_y^b = p_y^n(1+t_y)$	**MG**	**(I)** analog Grundmodell mit $p_x = p_x^b$ und $p_y = p_y^b$	**(II)** wie Grundmodell	vgl. Grundmodell **(III)** $-\frac{dy_i}{dx_i} = \frac{p_x^b}{p_y^b} = \frac{p_x^n}{p_y^n} = -\frac{dY}{dX}$
Allgemeine Verbrauchsteuer (Allphasensteuer) bei End- und Zwischenprodukten $p_x^b = p_x^n(1+t_x)$; $p_y^b = p_y^n(1+t_y)$; $p_z^b = p_z^n(1+t_z)$	**MG**	**(I)** analog Grundmodell mit $p_x = p_x^b$ und $p_y = p_y^b$	$G_x = p_x^n \cdot X(A_x, K_x) - p_a A_x - p_k K_x$ $G_y = p_y^n \cdot Y(A_y, K_y, Z) - p_a A_y - p_k K_y - p_z^b Z$ $G_z = p_z^n \cdot Z(A_z, K_z) - p_a A_z - p_k K_z$ **(II)** $-\frac{dA_x}{dK_x} = -\frac{dA_y}{dK_y} = -\frac{dA_z}{dK_z}$ ~~**(IIa)**~~ $\frac{\partial Y}{\partial A_y} = \frac{p_a}{p_y^n} < \frac{p_a(1+t_z)}{p_y^n} = \frac{\partial Y}{\partial Z}\frac{\partial Z}{\partial A_z}$ ~~**(IIb)**~~ $\frac{\partial Y}{\partial K_y} = \frac{p_k}{p_y^n} < \frac{p_k(1+t_z)}{p_y^n} = \frac{\partial Y}{\partial Z}\frac{\partial Z}{\partial K_z}$ Die Steuer verteuert das Zwischenprodukt, mit der Folge, dass die indirekte Grenzproduktivität die direkte übersteigt. Es wird also nicht auf der effizienten Transformationskurve produziert	~~**(III)**~~ $-\frac{dY}{dX} = \frac{p_x^n}{p_y^n}(1 - t_z A) > \frac{p_x^n}{p_y^n} = -\frac{dy_i}{dx_i}$
(a) Gewinn- und (b) partielle Faktorbesteuerung in Sektor X (a) $G_x^n = G_x^b - T_x$ (b) $T_x = t \cdot p_k \cdot K_x + t \cdot G_x^b$ **(kurzfr. Konkurrenzgleichgewicht!)**	**MG**	**(I)** wie Grundmodell	$G_x^n = (1+t)\cdot(p_x \cdot X(A_x, K_x) - p_a A_x - p_k K_x) - t \cdot p_k \cdot K_x$ $G_y = p_y \cdot Y(A_y, K_y) - p_a A_y - p_k K_y$ ~~**(II)**~~ $-\frac{dK_y}{dA_y} = \frac{\partial Y / \partial A_y}{\partial Y / \partial K_y} = \frac{\partial X / \partial A_x}{\partial X / \partial K_x}\frac{1}{(1-t)} > \frac{\partial X / \partial A_x}{\partial X / \partial K_x} = -\frac{dK_x}{dA_x}$ wg. $\frac{1}{(1-t)} > 1$ Die Grenzproduktivitäten von Arbeit und Kapital sind bei den Unternehmen des Sektors Y größer als bei den Unternehmen des Sektors X. Die Produktion von Gütern befindet sich auf einer "doppelt ineffizienten" Transformationsfunktion.	~~**(III)**~~ $-\frac{dY}{dX} < -\frac{dy}{dx}\left(=\frac{p_x}{p_y}\right)$ Weil die beschriebene Gewerbeertragsteuer keinen Einfluss auf die Entscheidungen der Konsumenten hat, entspricht das Güterpreisverhältnis nach wie vor der Grenzrate der Gütersubstitution, so dass die Bedingung für globale Effizienz nicht erfüllt ist.
Reine Gewinnbesteuerung in *einer oder beiden* Branchen			Allokationsneutral, weil eine Faktoreinsatzplanung, die den Bruttogewinn maximiert, auch den Nettogewinn maximiert.	
Besteuerung *eines* Produktionsfaktors in *einer* Branche			Nicht allokationsneutral, weil die Nachfrage nach dem Produktionsfaktor verzerrt	
Besteuerung *eines* Produktionsfaktors in *beiden* Branchen mit gleichem Steuersatz			Allokationsneutral, weil beide Branchen ihre Produktionsplanung nach dem gleichen Preis für den Faktor richten.	
Besteuerung *eines* Faktors in *beiden* Branchen mit unterschiedlichem Steuersatz			Nicht allokationsneutral, weil die gleiche Wirkung eintritt wie bei der Besteuerung eines Faktors in einer Branche.	
Besteuerung *beider* Faktoren in *einer* Branche mit gleichem (Wert-)Steuersatz			Allokationsneutral, weil das Preisverhältnis in beiden Branchen bei Wertsteuer gleich bleibt. Bei Mengensteuer ist dies der Ausnahmefall.	
Besteuerung *beider* Faktoren in *einer* Branche mit unterschiedlichem Steuersatz			Nicht allokationsneutral, weil die Nachfrage nach den Produktionsfaktoren in den Branchen verzerrt wird.	
Proportionale Einkommensteuer $E_i^n = E_i^b(1-\tau)$		$E_i^b = p_x^b \cdot x_i + p_y^b \cdot y_i = p_x^n \cdot (1+t) \cdot x_i + p_y^n \cdot (1+t) \cdot y_i$, so dass gilt $E_i^n = \frac{E_i^b}{(1+t)}$ und damit $(1-\tau) = \frac{1}{(1+t)}$. Proportionale Einkommensteuer und allgemeine Verbrauchsteuer sind also äquivalent.		
Allgemeine Faktorsteuer (z.B. Gewerbesteuer) mit gleichem Steuersatz $p_a = p_a^n(1+\rho)$ $p_k = p_k^n(1+\rho)$		$E_i^n = p_a^n \cdot A_i + p_k^n \cdot K_i$, wobei die Unternehmen mit den Faktorpreisen $p_a = p_a^n(1+\rho)$ und $p_k = p_k^n(1+\rho)$ kalkulieren müssen. Wegen $E_i^n = \frac{p_a}{(1+\rho)} \cdot A_i + \frac{p_k}{(1+\rho)} \cdot K_i = \frac{1}{(1+\rho)}(p_a A_i + p_k K_i)$ kann man schreiben $E_i^n = \frac{E_i^b}{(1+\rho)}$. Die allg. Faktorsteuer mit gleichem Steuersatz ist also äquivalent mit der proportionalen Einkommensteuer.		