Die Einbeziehung des technischen Fortschritts in die neoklassische Wachstumstheorie

Die Einbeziehung des technischen Fortschritts in die neoklassische Wachstumstheorie wird im Folgenden in Anlehnung an das Wachstumsmodell von Robert M. Solow erläutert. Der Fokus dieser Arbeit liegt darin nachzuvollziehen, wie in den gängigen Lehrbüchern das Phänomen des technischen Fortschritt in das Solow-Modell eingearbeitet wurde. Die sich aus den zu Grunde liegenden Annahmen ergebenden Probleme und offenen Fragestellungen sind zweitrangig und werden nicht weiter verfolgt. Eine ausführliche Darstellung des Grundmodells ist hingegen unentbehrlich.

Die Arbeit beschreibt daher zunächst die **Grundversion des Solow-Modells**. Im zweiten Abschnitt wird das Modell erweitert und als **Pro-Kopf-Version des Solow-Modells** vorgestellt. Wie im dritten Abschnitt gezeigt wird, lassen sich die in hoch entwickelten Volkswirtschaften zu beobachtenden langfristig positiven Wachstumsraten durch die Berücksichtigung des technischen Fortschritts erklären. Diese Darstellung erfolgt anhand der **Effizienzeinheiten-Version des Solow-Modells**.

Die Grundversion des Solow-Modells

Betrachtet wird eine geschlossene Volkswirtschaft, in der weder Steuern erhoben noch Investitionen gezahlt werden. Da es sich um ein Wachstumsmodell handelt, interessieren die Veränderungen über die Zeit. Die Zeit wird deshalb als kontinuierliche Variable angenommen und mit Hilfe des Zeitindex t dargestellt.

Dem Grundmodell liegt eine Produktionsfunktion mit den beiden Faktoren Arbeit L und Kapital K zu Grunde:[1]

$$Y_t = F(L_t, K_t) \tag{1}$$

Die Funktion ist linearhomogen und besitzt daher konstante Skalenerträge:

$$F(\lambda L_t, \lambda K_t) = \lambda F(L_t, K_t) \tag{2}$$

Die Produktionsfaktoren sind substituierbar. Die partiellen Ableitungen der Produktionsfunktion sind nach beiden Faktoren positiv. Die Grenzproduktivitäten weisen einen fallenden Verlauf auf:

$$\frac{\partial F}{\partial L} > 0,\ \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0,\ \frac{\partial F}{\partial K} > 0,\ \frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0 \tag{3}$$

Alle in der Volkswirtschaft produzierten Güter und Dienstleistungen werden entweder konsumiert oder gespart, wobei eine konstante Sparquote $s = 1 - c$ unterstellt wird. Die gesparten Güter werden investiert und

[1] Zeitabhängige Variablen (endogene Größen): Y_t = Volkseinkommen, K_t = Kapital, C_t = Konsum, S_t = Sparen, I_t = Bruttoinvestitionen und D_t = Abschreibungen. Zu Zwecken der zweidimensionalen grafischen Darstellung wurde die Arbeit als konstant angenommen: $\overline{L}_t$.

Zeitunabhängige Parameter (exogene und im Zeitverlauf konstante Größen): s = Sparquote, c = Konsumquote und δ = Abschreibungsrate.

entsprechen den Bruttoinvestitionen:

$$S_t = I_t = sY_t = (1 - c)Y_t \tag{4}$$

Die Abschreibungen auf das verwendete Kapital sind in jeder Periode konstant:

$$D_t = \delta K_t \tag{5}$$

Hierdurch kommt es über die Zeit zu einer Änderung des Kapitalstocks in Höhe der Nettoinvestitionen:

$$\dot{K}_t = I_t - D_t \tag{6}$$

Die letzte Gleichung kann man unter Berücksichtigung der Gleichungen 1, 4 und 5 auch schreiben als:

$$\dot{K}_t = sF(L_t, K_t) - \delta K_t \tag{7}$$

Auf Basis dieser Modellbeschreibung lässt sich eine grafische Darstellung des Grundversion des Solow-Modells zeichnen.

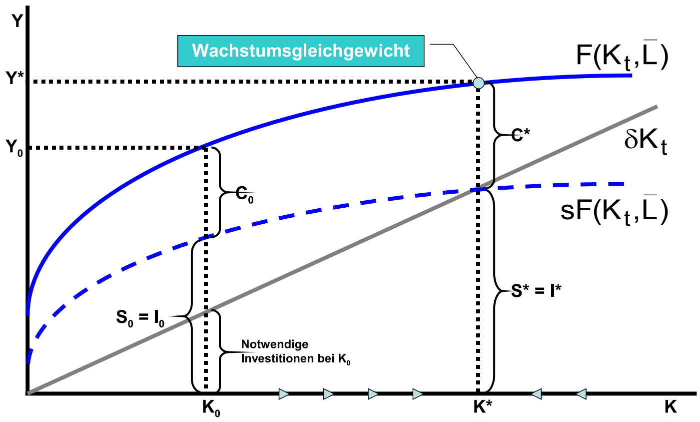

Abbildung 1: Grundversion des Solow-Modells

Die durchgezogene blaue Kurve zeigt die Höhe der Produktion[2] als Funktion F in Abhängigkeit vom Kapital K bei konstantem Arbeitseinsatz L. Der gestrichelt dargestellte blaue Graph gibt den fixen Anteil am Volkseinkommen an, der gespart und gleichzeitig investiert wird. Die Differenz zwischen den beiden Kurven ist der Anteil des Volkseinkommens, der für den Konsum zur Verfügung steht. Die grau gezeichnete Gerade zeigt die Höhe der (Brutto-)Investitionen an, die benötigt werden, um genau den Anteil des Kapitals zu ersetzen, der durch die Abschreibungen verloren geht.

Ausgehend von einem anfänglichen Kapitalstock K_0 überschreiten die getätigten Investitionen die zum Kapitalerhalt erforderlichen Mindestinvestitionen, so dass Kapitalstock und Volkseinkommen im Zeitverlauf zunächst

[2]Im weiteren Text wird die Produktion mit der Höhe des Volkseinkommens synonym gesetzt. Des weiteren wird der Übersichtlichkeit halber bei den zeitabhängigen Variablen auf den Index t verzichtet, soweit entbehrlich.

wachsen. Diese Entwicklung hält solange an, bis die Abschreibungen einer Periode größer als die getätigten Investitionen sind und sich Kapitalstock und Volkseinkommen in der Folge wieder vermindern.

Die Ursache hierfür liegt im Wesentlichen in der fallenden Grenzproduktivität des Faktors Kapital, die wegen der konstanten Spar- bzw. Investitionsquote verantwortlich für eine fallende Investitionsrate ist, während die Abschreibungsrate konstant bleibt. Ab einem bestimmten Punkt unterschreiten dann die Investitionen die Abschreibungen.

Dieser Prozess pendelt sich schließlich bei einen Wert K^* für den Kapitalstock und Y^* für das Volkseinkommen ein. In diesem Punkt entsprechen die Investitionen einer Periode den Abschreibungen und damit den erforderlichen Investitionen. Solange die exogenen Parameter unverändert bleiben, bleiben auch Kapitalstock und Volkseinkommen konstant. Das Modell befindet sich dann in einem stabilen Gleichgewicht, dem Wachstumsgleichgewicht. Typisch für das Solow-Modell ist, dass dieser Zielzustand von jeder Ausgangslage aus erreicht wird.

Die Pro-Kopf-Version des Solow-Modells

Die im ersten Absatz dargestellte Grundversion des Solow-Modells besitzt den Nachteil, nur einen absoluten, aber keinen relativen Vergleich des Wachstums zweier Volkswirtschaften abbilden zu können. Darüber hinaus ist der kontinuierliche Bevölkerungszuwachs der meisten Volkswirtschaften nicht berücksichtigt, so dass für jede Periode eine neue Produktions- und Sparfunktion gezeichnet werden müsste. Zur Lösung dieses Problems bietet sich die Darstellung des Solow-Modells als Pro-Kopf-Version an.

Wegen der Linearhomogenität der Produktionsfunktion F erhält man durch Einsetzen von $\lambda = \frac{1}{L}$ in Gleichung 2 und unter Verwendung von $y = \frac{Y}{L}$ und $k = \frac{K}{L}$ aus $f(k) = F(1, k)$ die sogenannte Pro-Kopf-Produktionsfunktion:

$$y = f(k) \tag{8}$$

Die Pro-Kopf-Produktionsfunktion, oder anders ausgedrückt das Pro-Kopf-Einkommen, ist offensichtlich nur abhängig von dem Pro-Kopf-Kapitalstock, wobei die erste Ableitung positiv und die zweite Ableitung negativ ist:

$$\frac{\partial f}{\partial k} > 0, \frac{\partial^2 f}{\partial k^2} < 0 \tag{9}$$

Eine Änderung des Pro-Kopf-Kapitalstocks im Zeitverlauf ist von drei Faktoren abhängig, wobei die Punkte 1 und 2 bereits aus der Grundversion des Solow-Modells bekannt sind:

1. Eine Erhöhung der Pro-Kopf-Bruttoinvestitionen i erhöht auch den Pro-Kopf-Kapitalstock,

2. ein Anstieg der Abschreibungsrate δ vermindert den Pro-Kopf-Kapitalstock, und

3. ein Bevölkerungswachstum führt zu einer „Verwässerung“ des Kapitalstocks, d.h. der Pro-Kopf-Kapitalstock nimmt mit einer Steigerung der Bevölkerungswachstumsrate n proportional ab.

Die Wachstumsrate des Pro-Kopf-Kapitalstocks lässt sich damit schreiben als

$$\dot{k} = i - \delta k - nk \tag{10}$$

bzw. unter Berücksichtigung von $i = sy$ und $y = f(k)$ als

$$\dot{k} = sf(k) - (n + \delta)k \tag{11}$$

Im Wachstumsgleichgewicht ändert sich der Pro-Kopf-Kapitalstock nicht mehr ($\dot{k} = 0$), weshalb die beiden rechten Terme der Gleichung dann gleich groß sein müssen. Um dies zu gewährleisten, müssen die Bruttoinvestitionen nicht nur die Abschreibungen kompensieren, sondern auch ausreichen, um die durch das Bevölkerungswachstum hinzugekommenen neuen Arbeitskräften mit dem notwendigen Kapital auszustatten. Aus diesem Grund wird die Steigung der grauen Gerade in Abbildung 2, die die benötigten Mindestinvestitionen angibt, auch nicht mehr wie in der Grundversion des Modells allein durch die Abschreibungsrate δ bestimmt, sondern aus der Summe der Abschreibungsrate δ und der Rate des Bevölkerungswachstums n.

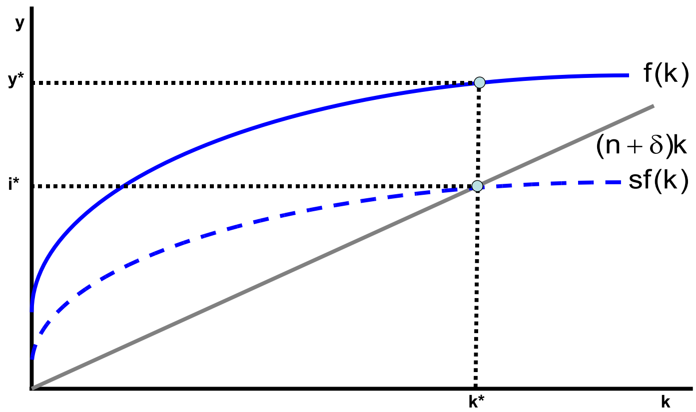

Abbildung 2: Pro-Kopf-Version des Solow-Modells

Die Analyse des grafischen Modells der Pro-Kopf-Version folgt letztendlich dem gleichen Schema wie die der Grundversion.[3] Das Wachstumsgleichgewicht befindet sich wieder im Schnittpunkt der gestrichelt in blauer Farbe dargestellten Investitionsfunktion $sf(k)$ und der grau gezeichneten Mindestinvestitionsgerade. Solange der Pro-Kopf-Kapitalstock kleiner ist als der Wert k^*, übersteigen die getätigten Investitionen die Höhe der benötigten Mindestinvestitionen. In der Folge wachsen Pro-Kopf-Einkommen y und

[3] Zeitabhängige Variablen (endogene Größen) der Pro-Kopf-Version des Solow-Modells: y = Pro-Kopf-Output bzw. -Einkommen, k = Pro-Kopf-Kapitalstock und i = Pro-Kopf-Bruttoinvestitionen.

Zeitunabhängige Parameter (exogene und im Zeitverlauf konstante Größen): s = Sparquote, n = Rate des Bevölkerungswachstums und δ = Abschreibungsrate.

Pro-Kopf-Kapitalstock k. Ist k jedoch größer als k^* kehrt sich die Situation um und sowohl k als auch y fallen.

Effizienzeinheiten-Version des Solow-Modells

Das soweit vorgestellte Solow-Modell erscheint empirischen Beobachtungen gegenüber noch nicht vollständig, denn in hoch entwickelten Volkswirtschaften wächst das Volkseinkommen stetig, obwohl der Arbeitseinsatz sinkt. Es liegt nahe, den allgemein beobachtbaren technischen Fortschritt als Erklärung hierfür anzuführen und in das Modell einzubauen. Die Produktionsfunktion wird dazu um die zwei Parameter a und b erweitert:

$$Y = H(\lambda aN, \lambda bK) = \lambda H(aN, bK) \tag{12}$$

Der technische Fortschritt wirkt über die beiden neu eingeführten Parameter a und b wie eine Vermehrung der einzelnen Produktionsfaktoren und wird deshalb auch als „faktovermehrend“ oder, wenn man von einem gleichbleibenden Output ausgehend, als „faktorsparend“ bezeichnet. Allerdings führt die Annahme eines kapitalvermehrenden technischen Fortschritts zu ökonomisch unsinnigen Ergebnissen, weshalb der Parameter b im Folgenden gleich 1 gesetzt und deshalb nicht weiter aufgeführt wird. Die Einschränkung auf einen rein arbeitsvermehrenden technischen Fortschritt wird auch als Harrod-neutral bezeichnet. Hierdurch vereinfacht sich die soeben aufgeführte Produktionsfunktion:

$$Y = \lambda H(aN, K) \tag{13}$$

Vom Parameter a wird angenommen, das er im Zeitverlauf kontinuierlich wächst ($\dot{a} > 0$).

Es reicht jetzt nicht aus, wie bei der Berechnung der Pro-Kopf-Produktionsfunktion (8) beide Seiten nur durch L zu teilen. Dies liegt darin begründet, dass sich in einer Pro-Kopf-Modelldarstellung wie in Abbildung 2 bei Annahme von arbeitsvermehrendem technischen Fortschritt die Pro-Kopf-Produktionsfunktion immer weiter nach außen verschiebt. Ein evtl. bestehendes Wachstumsgleichgewicht könnte in dieser Darstellung nicht gezeigt werden.

Stattdessen setzt man in der obigen Gleichung $\lambda = \frac{1}{aL}$. Mit $z = \frac{Y}{aL}$ und $x = \frac{K}{aL}$ sowie $h(x) = H(1, x)$ ergibt sich die „Pro-Kopf-Produktionsfunktion in Effizienzeinheiten“:

$$z = h(x) \tag{14}$$

Dabei bezeichnet z die „durchschnittliche Arbeitsproduktivität in Effizienzeinheiten“ und x die „Kapitalintensität in Effizienzeinheiten“. Wie zuvor wird wieder eine positive, abnehmende Grenzproduktivität angenommen:

$$\frac{\partial h}{\partial x} > 0, \; \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} < 0 \tag{15}$$

Von diesem Moment an entspricht die Analyse derjenigen der Pro-Kopf-Version. Für die grafische Darstellung werden lediglich die Achsen- und Funktionsbezeichnungen ausgetauscht.[4]

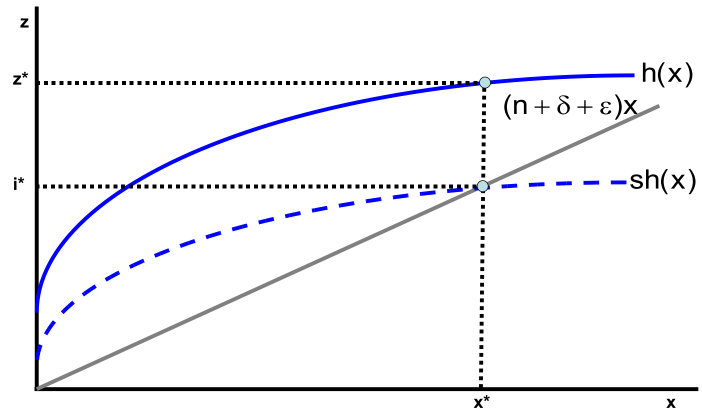

Abbildung 3: Effizienzeinheiten-Version des Solow-Modells

Eine Änderung der Kapitalintensität im Zeitverlauf ist nunmehr von vier Faktoren abhängig. Die Punkte 1 und 2 sind bereits aus der Grundversion und Punkt 3 aus der Pro-Kopf-Version des Solow-Modells bekannt:

1. Eine Erhöhung der Bruttoinvestitionen in Effizienzeinheiten i erhöht auch die Kapitalintensität,
2. ein Anstieg der Abschreibungsrate δ vermindert die Kapitalintensität,
3. ein Bevölkerungswachstum reduziert die Kapitalintensität, und
4. auf Grund des technischen Fortschritts ϵ müssen ständig neue Effizienzeinheiten der Arbeit mit Kapital ausgestattet werden.

Die Wachstumsrate der Kapitalintensität x lässt sich damit schreiben als

$$\dot{x} = i - (\delta + n + \epsilon)x \tag{16}$$

Die Analyse des grafischen Modells der Effizienzeinheiten-Version folgt letztendlich wieder dem bekannten Schema. Im Gleichgewicht bleibt die Arbeitsproduktivität gemessen in Effizienzeinheiten konstant. Da aber auf Grund des technischen Fortschritts die Effizenzeinheiten der Arbeit schneller wachsen als die Arbeit selbst steigen Pro-Kopf-Einkommen und Pro-Kopf-Kapitalstock.

[4] Zeitabhängige Variablen (endogene Größen) der Effizienzeinheiten-Version des Solow-Modells: z = durchschnittliche Arbeitsproduktivität in Effizienzeinheiten, x = Kapitalintensität in Effizienzeinheiten und i = Bruttoinvestitionen in Effizienzeinheiten.

Zeitunabhängige Parameter (exogene und im Zeitverlauf konstante Größen): s = Sparquote, n = Rate des Bevölkerungswachstums und δ = Abschreibungsrate.

Zeitabhängige Parameter (exogene Größe): ϵ = technischer Fortschritt.