

## Dynamische Darstellung geometrischer Körper

### Raumgeometrie mit Excel

Weitere Beispiele

#### Beispiel C: Darstellung des Schnitts der Pyramide mit einer zur Grundebene parallelen Ebene

Eine senkrechte, quadratische Pyramide ist mit drei Datenreihen darstellbar. Es genügen eine Datenreihe für das Grundquadrat sowie je eine für das vordere und das hintere begrenzende Dreieck. Diese Dreiecke verbinden die Grundkanten mit der Pyramidenspitze. Im Beispiel sind die Koordinaten  $A(1|0|0)$ ,  $B(0|1|0)$ ,  $C(-1|0|0)$ ,  $D(0|-1|0)$  und  $S(0|0|5)$  gewählt.

Zur Darstellung des Schnitts einer dynamisch veränderbaren Parallelebene zur Grundebene werden veränderliche Punkte  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  und  $D'$  auf den vier Seitenkanten der Pyramide erzeugt. Ist

$\vec{OS}$  der Ortsvektor der Pyramidenspitze, so hat der Punkt  $A'$  die Koordinaten des Ortsvektors

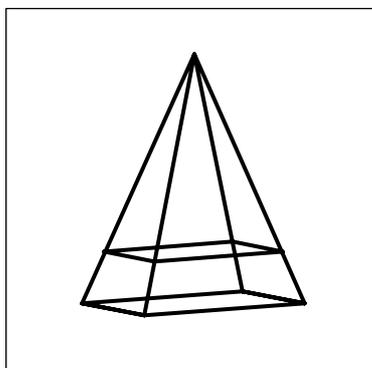
$$\begin{aligned}\vec{OA'} &= \vec{OS} + r \cdot \vec{SA} \\ &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \\ 0 \\ 5 - 5r \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Der Parameter  $r$  mit  $0 \leq r \leq 1$  wird über eine Bildlaufleiste mit Maximum 100 gesteuert. Für die Grafik wird die in der verknüpften Zelle erzeugte Zahl durch 100 dividiert und als Prozentzahl formatiert.

Die Koordinaten der Punkte  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  und  $D'$  lauten:

$$\begin{aligned}A'(r | 0 | 5 - 5r), B'(0 | r | 5 - 5r) \\ C'(-r | 0 | 5 - 5r), D'(0 | -r | 5 - 5r).\end{aligned}$$

Die Bildlaufleiste bewegt die Schnittfläche zwischen der Grundfläche und der Spitze der Pyramide (**Abb. 10**).



**Abb. 10** Pyramide mit Schnittfläche  
und gleichen Volumenanteilen

#### Beispiel D: Untersuchung von Körpereigenschaften: Gleiche Volumenanteile in der Pyramide

Eine Pyramide der Höhe  $H$  bestehe aus einer kleinen Pyramide mit der Höhe  $h$  und einem Pyramidenstumpf mit der Höhe  $H-h$ .

Dann sind die kleine Pyramide und der Pyramidenstumpf rauminhaltsgleich,

$$\text{wenn } h = H / \sqrt[3]{2} \approx 79,37\% \cdot H.$$

Diese algebraische Lösung erfordert einen Ansatz über den Strahlensatz. In Excel genügt es, die Teilvolumina in getrennten Zellen zu berechnen und miteinander zu vergleichen. Mit der Bildlaufleiste wird die Höhe  $h$  so lange variiert, bis beide errechneten Volumina gleich groß sind. Damit ist ein anschaulicher, unabhängiger Weg zur Bestätigung oder Motivation der algebraischen Lösung gefunden.

(**Abb. 11**).

Norbert Neubauer

Lehrer für Mathematik und Physik  
am Mariengymnasium Jever  
E-Mail: [neubauer@mgjever.de](mailto:neubauer@mgjever.de)

**Beispiel E:**  
**Lösung einer Extremwertaufgabe:**  
**Einbeschriebener Quader**

Durch eine Projektion der Koordinaten der Punkte A', B', C' und D' auf die Grundebene der Pyramide und die Herstellung entsprechender Verbindungslinien lässt sich der in die Pyramide einbeschriebene Quader darstellen.

Die Koordinaten der projizierten Punkte A'', B'', C'' und D'' lauten:

$$A''(r \mid 0 \mid 0), B''(0 \mid r \mid 0)$$

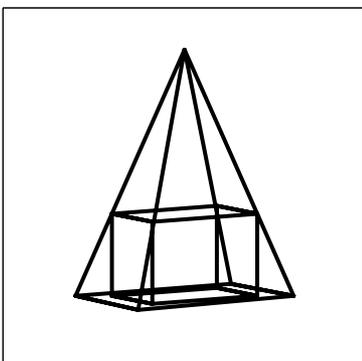
$$C''(-r \mid 0 \mid 0) \text{ und } D''(0 \mid -r \mid 0).$$

Eine Datenreihe fasst diese Punkte des auf die Grundebene projizierten Quaders zusammen, zwei weitere die den Quader nach vorn und hinten begrenzenden Rechtecke.

Der einbeschriebene Quader hat maximalen Rauminhalt für die Kantenlänge  $a = 2/3 \cdot A$ . Er beträgt

$$V = 4/27 \cdot A^2 H = 4/9 \cdot V_{pyr} = 44,4\% \cdot V_{pyr}$$

Die Lösung als klassische Extremwertaufgabe benötigt einen Strahlensatz als Nebenbedingung der Zielfunktion sowie die Ableitungen der Zielfunktion. In Excel wird gegenüber Beispiel D nur die Berechnung des Rauminhalts des Pyramidenstumpfs durch die Berechnung des Rauminhalts des Quaders ersetzt (**Abb. 12**).



**Abb. 12** Einbeschriebener Quader

**Beispiel F:**  
**Lösung einer Extremwertaufgabe**  
**mit zwei Variablen**

Wenn ein Gerüst für ein Zelt aus fünf gleich langen Stangen der Länge  $a$  hergestellt werden soll, sind Länge  $x$  und Breite  $y$  des Zeltes damit nicht eindeutig bestimmt. Die gewählte Länge  $x$  und die in Grenzen unabhängige variable Breite  $y$  bestimmen den Rauminhalt  $V$  des Zeltdachs. Ein möglicher maximaler Rauminhalt des Zeltes ist von  $x$  und  $y$  abhängig. Die Höhe des Zeltes lässt sich durch die Benutzung des Satzes von Pythagoras ersetzen durch

$$h = \frac{1}{2} \sqrt{3a^2 + 2ax - x^2 - y^2}.$$

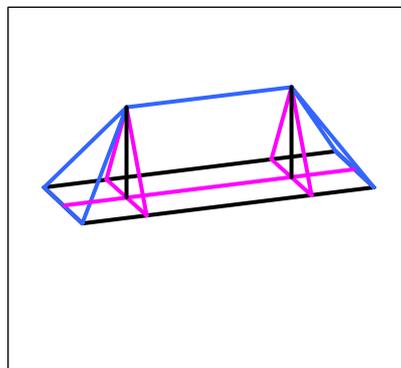
Der Rauminhalt des Zeltes ist damit

$$V = \frac{1}{2} ayh + \frac{1}{3} byh.$$

Eine Lösung mit Excel ergibt sich, wenn bei vorgegebener, konstanter Stangenlänge  $a$  und konkreten Größen  $x$  und  $y$  der Rauminhalt nach obiger Formel berechnet wird. Mit Bildlaufleisten für  $x$  und  $y$  können diese beiden Größen dann systematisch in Hinblick auf maximalen Rauminhalt variiert werden.

Die räumliche Darstellung des Walm-daches in Excel (**Abb. 13**) ist für die Lösung nicht notwendig, ermöglicht aber einen Abgleich mit einer "gefühlten", anschaulichen Lösung der Fragestellung.

Die Lösung des Problems durch systematisches Variieren der Kantenlänge kann geeignet sein, den Begriff der partiellen Ableitung vorzubereiten, und damit das Verständnis einer Lösung des Problems mit einem Computeralgebra-system.



**Ab.13** Optimales Walmdach

**Beispiel G:**  
**Schattenwurf einer Pyramide**

Der Schattenwurf eines Kantenmodells bei Parallelprojektion auf eine Ebene ist bei einer Pyramide besonders einfach darstellbar. Benötigt wird der fiktive Ort der Sonne in Form von Punktkoordinaten  $(a|b|c)$ . Ein Sonnenstrahl durch die Pyramidenspitze  $S(0|0|5)$  wird durch die Gerade

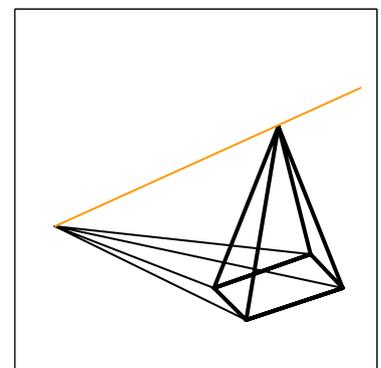
$$\vec{g} : x = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -a \\ -b \\ 5 - c \end{pmatrix}$$

beschrieben. Der Schnittpunkt  $S'$  der Geraden  $g$  mit der  $x_1x_2$ -Ebene

$E : x_3 = 0$  ist der Schattenpunkt der Pyramidenspitze. Dieser Punkt  $S'$  wird jeweils mit den Eckpunkten A, B, C und D der Pyramide verbunden. Diese Verbindungen werden durch eine Datenreihe dargestellt. Eine weitere Datenreihe für den Sonnenstrahl über die Pyramidenspitze  $S$  zum Schattenpunkt  $S'$  vervollständigt die Darstellung (**Abb. 14**).

Wird die Pyramide durch eine Drehmatrix um die Hochachse drehbar gemacht, folgen die Schatten der Pyramidenkanten dieser Drehung.

Die Höhe der Pyramide kann durch eine Bildlaufleiste gesteuert werden. Der Schattenwurf der Pyramide ist dann eine Zentralprojektion. Wird die Höhe der Sonne entsprechend der Höhe der Pyramide mit verändert, entsteht wieder eine Parallelprojektion.



**Abb. 14** Pyramidenschatten

**Literatur:**

Cundy / Rollett: *Mathematical Models*  
ISBN 0 906212 20 0, Tarquin  
Publications, Stradbroke Norfolk, 1997

Fleischhauer, Christian: *Excel in  
Naturwissenschaft und Technik*  
ISBN 3-8273-1254-X, Addison-  
Wesley, Bonn, 1998

Jahnke / Wuttke: *Analytische  
Geometrie Lineare Algebra*

ISBN 3-464-57217-X, Cornelsen  
Verlag, Berlin, 2003

Kroll / Reiffert / Vaupel: *Analytische  
Geometrie / Lineare Algebra*  
ISBN 3 427 42851 6, Dümmler Verlag,  
Bonn, 1997

Lambacher Schweizer: *Lineare Algebra  
mit analytischer Geometrie*, ISBN 3 12  
732340 9, Klett Verlag , Stuttgart, 2001

Leuders, Timo: *Raumgeometrie:  
Ein Unterricht mit Kernideen.*

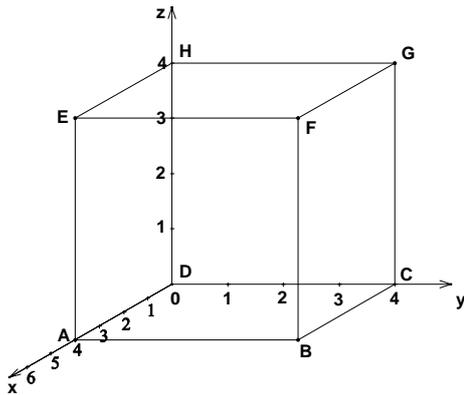
in: *Der Mathematikunterricht*,  
Heft 1-2/2004, S. 5 - 27

Strick, Heinz Klaus: *Koordinaten zum  
Zeichnen geometrischer Körper nutzen*  
in: *mathematik lehren* 133, 2005,  
S.22 - 25

Weller, Hubert: *Determinanten in  
einem Kurs Lineare Algebra*  
in: *Didaktik der Mathematik* 1 , 1979 ,  
S. 62-72

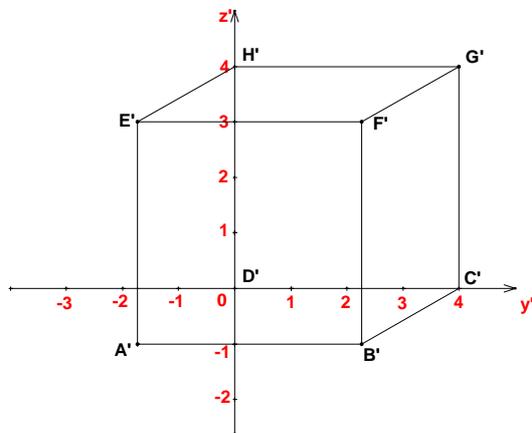
## Arbeitsblatt 1: Koordinatenprojektion

Ermittle die Koordinaten der Würfeckpunkte A bis H im dreidimensionalen Koordinatensystem:



	x	y	z
A			
B			
C			
D			
E			
F			
G			
H			

Ermittle die Koordinaten der Würfeckpunkte A' bis H' im zweidimensionalen Koordinatensystem:



	$y'$	$z'$
A'		
B'		
C'		
D'		
E'		
F'		
G'		
H'		

Untersuche die Zusammenhänge zwischen den Koordinaten der Würfeckpunkte in beiden Koordinatensystemen.

### Abb. 3: Matrizenmultiplikation in Excel

Eine Matrizenmultiplikation wie z.B. für eine Projektion

$$(x \mid y \mid z) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,25\sqrt{3} & 0,25 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = (x \cdot 1 + y \cdot 0,25\sqrt{3} + z \cdot 0 \mid x \cdot 0 + y \cdot 0,25 + z \cdot 1)$$

wird im TKP Excel durch einen Funktionsassistenten unterstützt, der sich nach Eingabe des Zellbefehls "=MMULT" öffnet.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2		Darstellung eines Würfels												
3														
4		Projektionsmatrix				1	0							
5						0,43	0,25							
6						0	1							
7		Grundquadrat												
8	A	-1	1	-1		=MMULT(C8:E12;F4:G6)								
9	B	1	1	-1										
10	C	1	-1	-1										
11	D	-1	-1	-1										
12	A	-1	1	-1										
13	Oberes Quadrat													
14	E	-1	1	1	-0,6	1,25								
15	F	1	1	1	1,43	1,25								
16	G	1	-1	1	0,57	0,75								
17	H	-1	-1	1	-1,4	0,75								
18	E	-1	1	1	-0,6	1,25								
19	Vorderes Quadrat													
20	D	-1	-1	-1	-1,4	-1,25								
21	A	-1	1	-1	-0,6	-0,75								
22	E	-1	1	1	-0,6	1,25								
23	H	-1	-1	1	-1,4	0,75								
24	D	-1	-1	-1	-1,4	-1,25								
25	Hinteres Quadrat													
26	B	1	1	-1	1,43	-0,75								
27	C	1	-1	-1	0,57	-1,25								
28	G	1	-1	1	0,57	0,75								
29	F	1	1	1	1,43	1,25								
30	B	1	1	-1	1,43	-0,75								

**Funktionsargumente**

MMULT

**Matrix1** C8:E12 = {-1.1.-1;1.1.-1;1.-1

**Matrix2** F4:G6 = {1.0;0,4330127018

= {-0,566987298107781.-1

Gibt das Produkt zweier Matrizen zurück.

**Matrix2** sind die Matrizen, die Sie multiplizieren möchten.

Formelergebnis = -0,566987298

[Hilfe für diese Funktion](#)

Die Koordinaten mehrerer Punkte werden in einer Matrix zusammengefasst und insgesamt durch Multiplikation mit der Projektionsmatrix abgebildet.

Die Zellbereiche für die Matrix der Punktkoordinaten und die Matrix der Projektion werden in das Fenster des Funktionsassistenten durch Angabe der linken oberen und der rechten unteren Zellen durch einen Doppelpunkt getrennt eingegeben oder mit der Maus gezogen. Die Ergebniszellen der Abbildung werden markiert und mit "Strg + Shift + Enter" als Matrix formatiert, wenn der Cursor in der Befehlszeile steht.

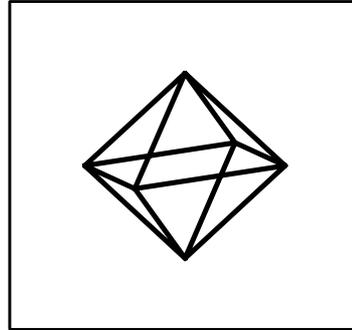
Sollen mehrere Gruppen von Punkten abgebildet werden, genügt es, die Projektionsmatrix übersichtlich nur einmal zu notieren, z.B. oberhalb der Ergebnismatrizen.

### Kasten 1: Projektionen

Je nach Anwendung finden verschiedenartige Projektionen für technische Zeichnungen, geometrische Darstellungen, Werbegratik oder militärische Perspektiven ihren Einsatz. Hier sind einige gebräuchliche Projektionen zusammengestellt:

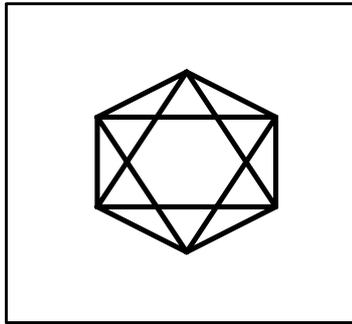
#### Kavalierprojektion

$$\begin{pmatrix} -0,5 & -0,25 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$



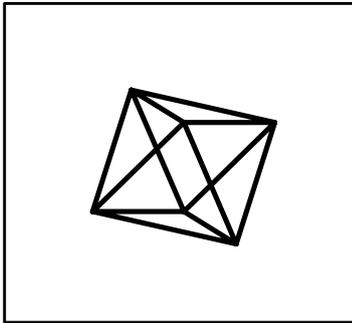
#### Isometrische Projektion

$$\begin{pmatrix} -\cos(\pi/6) & -\sin(\pi/6) \\ \cos(\pi/6) & -\sin(\pi/6) \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$



#### Militärprojektion

$$\begin{pmatrix} -\cos(\pi/6) & -\sin(\pi/6) \\ \cos(\pi/3) & -\sin(\pi/3) \\ 0 & 0,5 \end{pmatrix}$$



#### Dimetrische (technische) Projektion

$$\begin{pmatrix} -0,5 \cos(0,23\pi) & -0,5 \sin(0,23\pi) \\ \cos(0,04\pi) & -\sin(0,04\pi) \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

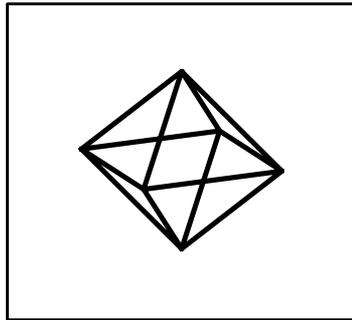
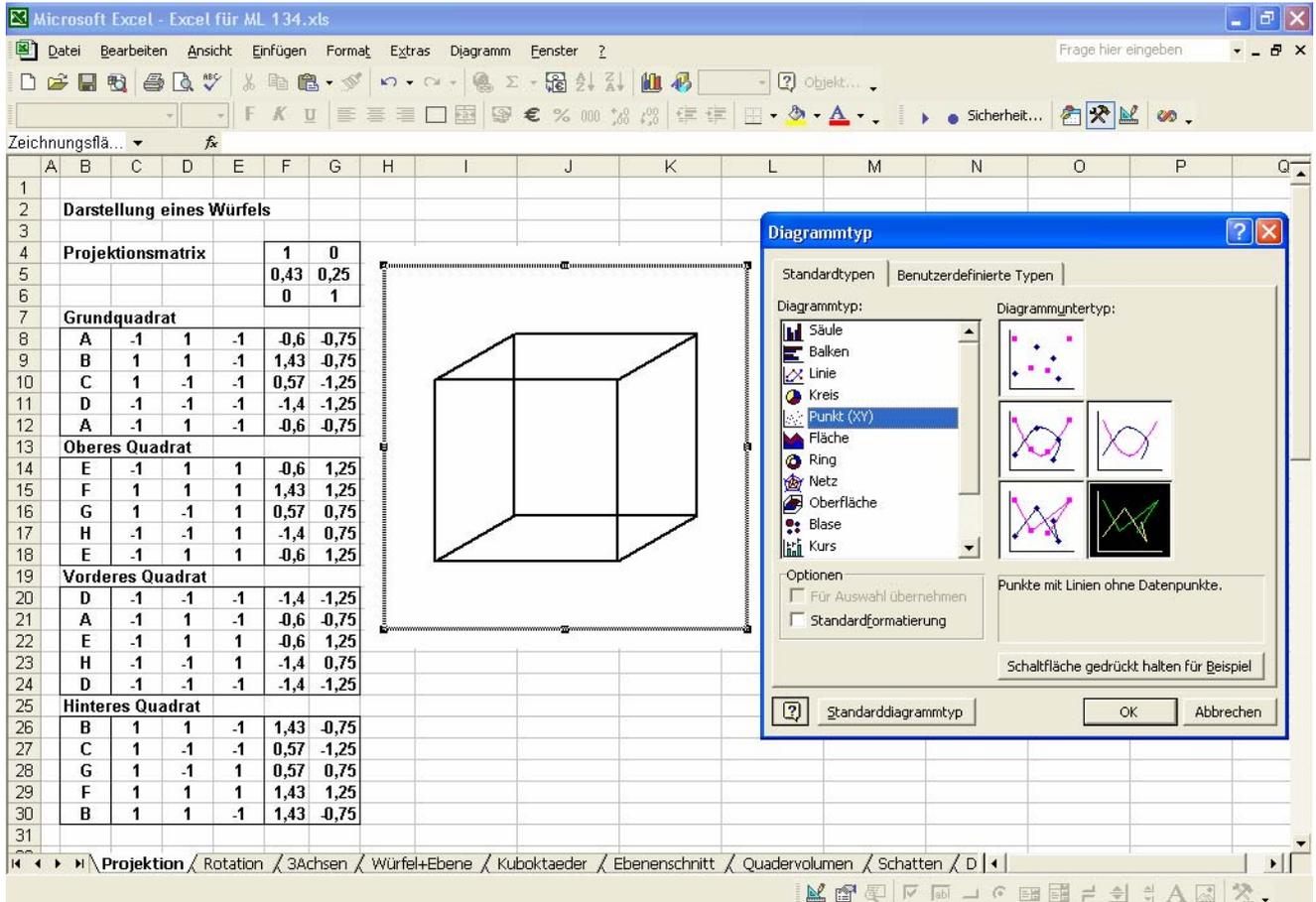


Abb. 4 Projektion des Würfels



**Abb. 5: Drehung um die Raumachsen**

**Matrizenmultiplikation für die Rotation um die x-Achse:**

$$(x | y | z) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} = (x \cdot 1 + y \cdot 0 + z \cdot 0 | x \cdot 0 + y \cdot \cos \varphi + z \cdot (-\sin \varphi) | x \cdot 0 + y \cdot \sin \varphi + z \cdot \cos \varphi)$$

**Matrizenmultiplikation für die Rotation um die y-Achse:**

$$(x | y | z) \cdot \begin{pmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{pmatrix} = (x \cdot \cos \varphi + y \cdot 0 + z \cdot (-\sin \varphi) | x \cdot 0 + y \cdot 1 + z \cdot 0 | x \cdot \sin \varphi + y \cdot 0 + z \cdot \cos \varphi)$$

**Matrizenmultiplikation für die Rotation um die z-Achse:**

$$(x | y | z) \cdot \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (x \cdot \cos \varphi + y \cdot (-\sin \varphi) + z \cdot 0 | x \cdot \sin \varphi + y \cdot \cos \varphi + z \cdot 0 | x \cdot 0 + y \cdot 0 + z \cdot 1)$$

## Kasten 2: Einfügen einer Bildlaufleiste

Microsoft Excel - Excel für ML 134 Version Januar 2006.xls

Frage hier eingeben

Ansicht

Steuerungselement-Toolbox

Drehwinkel in Bogenmaß 60°  
1,04719755

Projektion \ Rotation \ 3Achsen \ Würfel-Ebene \ Keplerstern \ Kuboktaeder \ Ebenenschnitt \ Quadvolumen \ Schatten

Darstellung eines Würfels

		Drehung			Projektion		
		0,50	0,87	0,00	1	0	
		-0,87	0,50	0,00	0,43	0,25	
		0,00	0,00	1,00	0	1	

Grundquadrat

A	-1	1	-1	-1,37	-0,37	-1	-1,52	-1,09
B	1	1	-1	-0,37	1,366	-1	0,225	-0,66
C	1	-1	-1	1,366	0,366	-1	1,525	-0,91
D	-1	-1	-1	0,366	-1,37	-1	-0,23	-1,34
A	-1	1	-1	-1,37	-0,37	-1	-1,52	-1,09

Oberes Quadrat

E	-1	1	1	-1,37	-0,37	1	-1,52	0,908
F	1	1	1	-0,37	1,366	1	0,225	1,342
G	1	-1	1	1,366	0,366	1	1,525	1,092
H	-1	-1	1	0,366	-1,37	1	-0,23	0,658
E	-1	1	1	-1,37	-0,37	1	-1,52	0,908

Vorderes Quadrat

D	-1	-1	-1	0,366	-1,37	-1	-0,23	-1,34
A	-1	1	-1	-1,37	-0,37	-1	-1,52	-1,09
E	-1	1	1	-1,37	-0,37	1	-1,52	0,908
H	-1	-1	1	0,366	-1,37	1	-0,23	0,658
D	-1	-1	-1	0,366	-1,37	-1	-0,23	-1,34

Hinteres Quadrat

B	1	1	-1	-0,37	1,366	-1	0,225	-0,66
C	1	-1	-1	1,366	0,366	-1	1,525	-0,91
G	1	-1	1	1,366	0,366	1	1,525	1,092
F	1	1	1	-0,37	1,366	1	0,225	1,342
B	1	1	-1	-0,37	1,366	-1	0,225	-0,66

Der Einbau einer Bildlaufleiste gelingt nach Aktivierung der "Steuerelemente-Toolbox" im Menü "Ansicht", "Symbolleisten". Das entsprechende Symbol wird angeklickt und im Tabellenblatt auf die gewünschte Größe aufgezogen.

Die Parameter zur Steuerung der Bildlaufleiste werden in einem Eigenschafteninspektor (2. Symbol in der Steuerelemente-Toolbox) editiert. Es werden ein Regelbereich in Form einer minimal und einer maximal zu erzeugenden Zahl angegeben und die Adresse einer Zelle, in der diese Zahl ausgegeben werden soll, die "verknüpfte Zelle".

Im Beispiel können als Steuerbereich für den Winkel die Werte 0 und 1080 eingeben werden, was drei Vollrotationen ergibt. Als verknüpfte Zelle wird der Zellname (hier N24) angegeben, in der der Winkel im Gradmaß eingetragen werden soll. Nach Schließen des Eigenschafteninspektors und Beenden des Entwurfsmodus ist die Bildlaufleiste funktionsfähig.

Abb. 6: Rotation um 3 Raumachsen

Microsoft Excel - Excel für ML 134.xls

Darstellung eines Würfels

	Drehung 1. Achse			Drehung 2. Achse			Drehung 3. Achse			Projektion	
	1	0	0	0,77	0	0,64	0,26	0,97	0,00	1	0
	0	0,94	0,34	0	1	0	-0,97	0,26	0,00	0,43	0,25
	0	-0,34	0,94	-0,64	0	0,77	0,00	0,00	1,00	0	1

Grundquadrat

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
A	-1	1	-1	-1	-1	1,28	-0,6	-0,38	1,28	-1,1	-1,34	-0,04	-1,1	-1,35	-1,11	
B	1	1	-1	-1	1	1,28	-0,6	1,15	1,28	0,18	-0,94	1,44	0,18	-0,32	0,55	
C	1	-1	-1	-1	1	-0,6	-1,28	1,59	-0,6	-0,34	0,99	1,38	-0,34	1,59	0,01	
D	-1	-1	-1	-1	-1	-0,6	-1,28	0,06	-0,6	-1,62	0,59	-0,1	-1,62	0,55	-1,65	
A	-1	1	-1	-1	-1	1,28	-0,6	-0,38	1,28	-1,1	-1,34	-0,04	-1,1	-1,35	-1,11	

Oberes Quadrat

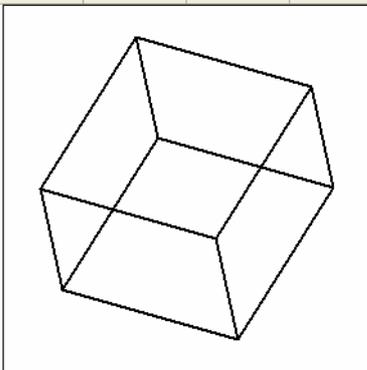
	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P			
E	-1	1	1	1	-1	0,6	1,28	-1,59	0,6	0,34	-0,99	-1,38	0,34	-1,59	-0,01
F	1	1	1	1	1	0,6	1,28	-0,06	0,6	1,62	-0,59	0,1	1,62	-0,55	1,65
G	1	-1	1	1	1	-1,28	0,6	0,38	-1,28	1,1	1,34	0,04	1,1	1,35	1,11
H	-1	-1	1	1	-1	-1,28	0,6	-1,15	-1,28	-0,18	0,94	-1,44	-0,18	0,32	-0,55
E	-1	1	1	1	-1	0,6	1,28	-1,59	0,6	0,34	-0,99	-1,38	0,34	-1,59	-0,01

Vorderes Quadrat

	D	A	E	H	D										
D	-1	-1	-1	-1	-1	-0,6	-1,28	0,06	-0,6	-1,62	0,59	-0,1	-1,62	0,55	-1,65
A	-1	1	-1	-1	-1	1,28	-0,6	-0,38	1,28	-1,1	-1,34	-0,04	-1,1	-1,35	-1,11
E	-1	1	1	1	-1	0,6	1,28	-1,59	0,6	0,34	-0,99	-1,38	0,34	-1,59	-0,01
H	-1	-1	1	1	-1	-1,28	0,6	-1,15	-1,28	-0,18	0,94	-1,44	-0,18	0,32	-0,55
D	-1	-1	-1	-1	-1	-0,6	-1,28	0,06	-0,6	-1,62	0,59	-0,1	-1,62	0,55	-1,65

Hinteres Quadrat

	B	C	G	F	B										
B	1	1	-1	-1	1	1,28	-0,6	1,15	1,28	0,18	-0,94	1,44	0,18	-0,32	0,55
C	1	-1	-1	-1	1	-0,6	-1,28	1,59	-0,6	-0,34	0,99	1,38	-0,34	1,59	0,01
G	1	-1	1	1	1	-1,28	0,6	0,38	-1,28	1,1	1,34	0,04	1,1	1,35	1,11
F	1	1	1	1	1	0,6	1,28	-0,06	0,6	1,62	-0,59	0,1	1,62	-0,55	1,65
B	1	1	-1	-1	1	1,28	-0,6	1,15	1,28	0,18	-0,94	1,44	0,18	-0,32	0,55



Start

Drehwinkel 1. Achse	20°
in Bogenmaß	0,34906585
Drehwinkel 2. Achse	40°
in Bogenmaß	0,6981317
Drehwinkel 3. Achse	75°
in Bogenmaß	1,30899694

Projektion / Rotation / 3Achsen / Würfel+Ebene / Kuboktaeder / Ebenenschnitt / Quadervolumen / Schatten / D

### Kasten 3: Automatische Rotation mit Visual Basic (VB)

Jede Excel-Datei ist gleichzeitig ein VB-Projekt. Visual Basic arbeitet bei Excel im Hintergrund unbemerkt ständig mit.

Mit alt-F11 wird der VB-Editor aufgerufen. Dort wird im Menü "Einfügen" ein leeres Modul eingefügt. In diesem Modul wird eine Zählschleife als Prozedur vom Typ "Sub" editiert.

Danach wird in Excel ein Startknopf mit dem Menü "Einfügen", "Grafik", "Autoformen" erzeugt und mit der rechten Maustaste angeklickt. Im Kontextmenü wird "Makro zuweisen" angeboten und dort wird "WertDurchlauf", die in Basic implementierte Prozedur, ausgewählt. Nach Anklicken des Startknopfes laufen Rotationen um die erste, zweite und dritte Achse in einfacher, zweifacher und dreifacher Geschwindigkeit ab.

#### Routine in Visual Basic:

```
Sub WertDurchlauf()  
Dim diag As ChartObject  
Set diag = ActiveSheet.ChartObjects(1)  
Sheets("3Achsen").Select  
  
For x = 0 To 180  
    Sheets("3Achsen").Range("T20").Value = 1 * x  
  
    Sheets("3Achsen").Range("T24").Value = 2 * x  
  
    Sheets("3Achsen").Range("T28").Value = 3 * x  
  
    Sheets("3Achsen").Select  
    diag.BringToFront  
Next x  
End Sub
```

' Herstellung des Bezugs zum Tabellenblatt  
"3Achsen" '

'Steuerung des Drehwinkels von 0° bis 180°'  
'Bezug zur Zelle T20 mit dem Rotationswinkel  
für die 1. Achse '

'Bezug zur Zelle T24 mit dem Rotationswinkel  
für die 2. Achse,'  
'Faktor 2 für doppelte  
Rotationsgeschwindigkeit um die 2. Achse'  
'Bezug zur Zelle T28 mit dem  
Rotationswinkel für die 3. Achse '  
'Faktor 3 für dreifache  
Rotationsgeschwindigkeit um die 3. Achse'

Abb. 7: Schnittfigur einer Ebene mit einem Würfel

34								
35								
36								
37								
38								
39								
40								
41								
42								
43								
44								
45								
46								
47								
48								
49								
50								
51								
52								
53								
54								
55								
56								
57								
58								

Projektion

-0,5 -0,25

1,00 0

0 1

Anzeige

0 0

0 0

0 0

0 0

$0 \leq t \leq 6$

S1 9 0 0

S2 0 9 0

S3 0 0 9

S1 9 0 0

-4,5 -2,25

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

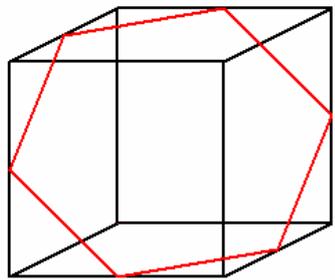
0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

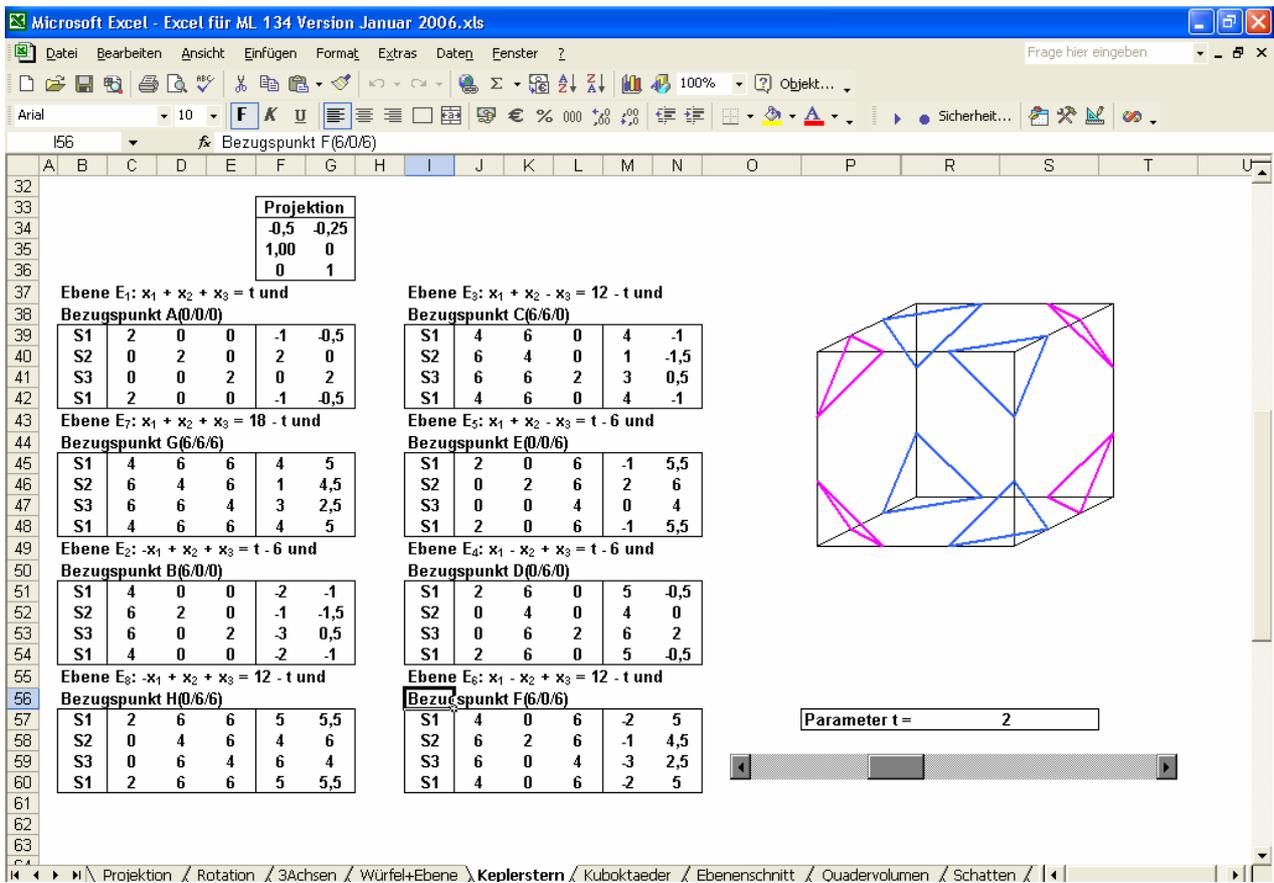


Die Ebene  $x_1 + x_2 + x_3 = t$  schneidet die Würfelkanten.

t = 9



Abb. 8 Abstumpfung eines Würfels



Bezugspunkt im Würfel für $t = 0$	Ebenengleichung
A(0/0/0)	$E_1 : x_1 + x_2 + x_3 = t$
B(6/0/0)	$E_2 : -x_1 + x_2 + x_3 = t - 6$
C(6/6/0)	$E_3 : x_1 + x_2 - x_3 = 12 - t$
D(0/6/0)	$E_4 : x_1 - x_2 + x_3 = t - 6$
E(0/0/6)	$E_5 : x_1 + x_2 - x_3 = t - 6$
F(6/0/6)	$E_6 : x_1 - x_2 + x_3 = 12 - t$
G(6/6/6)	$E_7 : x_1 + x_2 + x_3 = 18 - t$
H(0/6/6)	$E_8 : -x_1 + x_2 + x_3 = 12 - t$

Abb. 11: Volumengleiche Pyramidentteile

Microsoft Excel - Excel für ML 134.xls

Frage hier eingeben

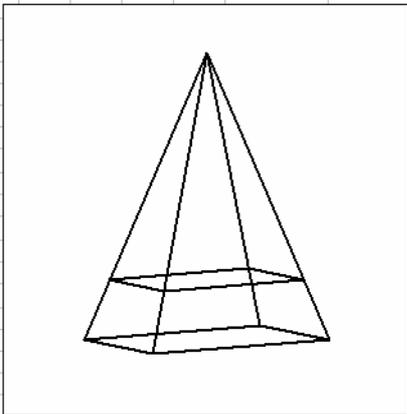
10 F K U

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S

**Darstellung des Schnitts einer Parallelebene zur Grundebene einer Pyramide**

<b>Projektionsmatrix</b>		1	0
		0,43	0,25
		0	1



<b>Grundquadrat</b>		1	0	0	1	0
A	1	0	0	0,433	0,25	
B	0	1	0	-1	0	
C	-1	0	0	-0,43	-0,25	
D	0	-1	0	0	1	0

<b>Vorderes Dreieck</b>		1	0	0	1	0
A	1	0	0	0,433	0,25	
B	0	1	0	0	5	0
S	0	0	5	0	0	5
A	1	0	0	1	0	

<b>Hinteres Dreieck</b>		-1	0	0	-1	0
C	-1	0	0	0	5	0
S	0	0	5	0	0	5
D	0	-1	0	-0,43	-0,25	
C	-1	0	0	-1	0	

<b>Schnittfläche</b>		0,794	0	1,032	0,794	1,032
A'	0,794	0	1,032	0,344	1,23	
B'	0	0,794	1,032	-0,79	1,032	
C'	-0,79	0	1,032	-0,34	0,833	
D'	0	-0,79	1,032	0,794	1,032	
A'	0,794	0	1,032			

**Höhe der aufgesetzten Pyramide**  
 $h = 79,37\%$  der Pyramidenhöhe H

**Höhe des Pyramidenstumpfes**  
 $h' = H - h = 20,63\%$  der Pyramidenhöhe H

**Rauminhalt der Pyramide**  
 $V_H = 6,667$

**Rauminhalt der aufgesetzten Pyramide**  
 $V_h = 3,333 = 50,000\%$

**Rauminhalt des Pyramidenstumpfes**  
 $V_{H-h} = 3,333 = 50,000\%$

Projektion / Rotation / 3Achsen / Würfel+Ebene / Kuboktaeder / **Ebenenschnitt** / Quadervolumen / Schatten / D

## Alternative zu Abb. 9: Dynamische Darstellung eines Kuboktaeders

Microsoft Excel - Excel für ML 134.xls

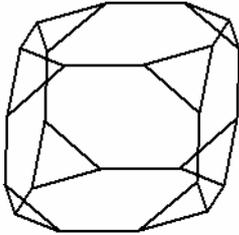
Frage hier eingeben

95% Objekt...

Arial 10

$f_x$  -0,5

1  
2 **Verwandlung eines Würfels in ein Kuboktaeder**  
3  
4 **Ansicht: Würfelstumpf d = 0,586**  
5  
6  
7  
8 **Drehwinkel 1. Achse 194 °**  
9 **in Bogenmaß 3,39**  
10  
11  
12 **Drehwinkel 2. Achse 123 °**  
13 **in Bogenmaß 2,15**  
14  
15  
16 **Drehwinkel 3. Achse 24 °**  
17 **in Bogenmaß 0,42**  
18  
19  
20  
21 **Parameter 0,41** **Drehung 1. Achse** **Drehung 2. Achse** **Drehung 3. Achse** **Projektion**  
22 1 0 0 -0,54 0 0,84 0,91 0,41 0,00 -0,5 -0,25  
23 0 -0,97 -0,24 0 1 0 -0,41 0,91 0,00 1,00 0  
24 **Achteck unten** 0 0,24 -0,97 -0,84 0 -0,54 0,00 0,00 1,00 0 1  
25 **AM** 1 -0,41 -1 1 0,16 1,07 -1,44 0,16 0,26 -1,38 -0,44 0,26 0,25 0,6  
26 **MB** 1 0,41 -1 1 -0,64 0,87 -1,27 -0,64 0,36 -0,9 -1,11 0,36 -0,66 0,59  
27 **BM** 0,41 1 -1 0,41 -1,21 0,73 -0,84 -1,21 -0,05 -0,27 -1,45 -0,05 -1,31 0,02  
28 **MC** -0,41 1 -1 -0,41 -1,21 0,73 -0,39 -1,21 -0,74 0,14 -1,26 -0,74 -1,33 -0,78  
29 **CM** -1 0,41 -1 -1 -0,64 0,87 -0,19 -0,64 -1,31 0,09 -0,66 -1,31 -0,71 -1,34  
30 **MD** -1 -0,41 -1 -1 0,16 1,07 -0,35 0,16 -1,42 -0,39 0 -1,42 0,2 -1,32  
31 **DM** -0,41 -1 -1 -0,41 0,73 1,21 -0,79 0,73 -1,01 -1,02 0,34 -1,01 0,85 -0,75  
32 **MA** 0,41 -1 -1 0,41 0,73 1,21 -1,24 0,73 -0,31 -1,43 0,16 -0,31 0,88 0,04  
33 **AM** 1 -0,41 -1 1 0,16 1,07 -1,44 0,16 0,26 -1,38 -0,44 0,26 0,25 0,6



Projektion / Rotation / 3Achsen / Würfel+Ebene / **Kuboktaeder** / Ebenenschnitt / Quadervolumen / Schatten / D

## Alternative zu Abb. 12: Rauminhalt des einbeschriebenen Quaders

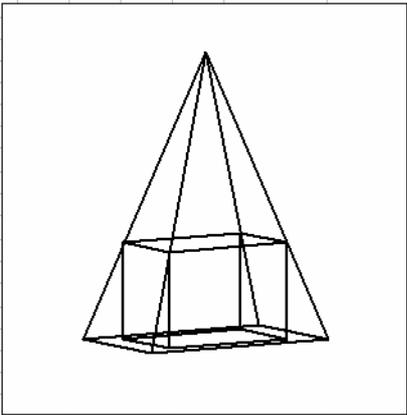
Microsoft Excel - Excel für ML\_134.xls

Frage hier eingeben

Arial 10

M42

1																					
2		<b>Einbeschriebener Quader</b>																			
3																					
4		<b>Projektionsmatrix</b>																			
5						1	0														
6						0,43	0,25														
7						0	1														
8		<b>Grundquadrat</b>																			
9		A	1	0	0	0	1	0													
10		B	0	1	0	0,433	0,25														
11		C	-1	0	0	-1	0														
12		D	0	-1	0	-0,43	-0,25														
13		<b>Vorderes Dreieck</b>																			
14		A	1	0	0	1	0														
15		B	0	1	0	0,433	0,25														
16		S	0	0	5	0	5														
17		A	1	0	0	1	0														
18		<b>Hinteres Dreieck</b>																			
19		C	-1	0	0	-1	0														
20		S	0	0	5	0	5														
21		D	0	-1	0	-0,43	-0,25														
22		C	-1	0	0	-1	0														
23		<b>Schnittfläche</b>																			
24		A'	0,665	0	1,675	0,665	1,675														
25		B'	0	0,665	1,675	0,288	1,841														
26		C'	-0,67	0	1,675	-0,67	1,675														
27		D'	0	-0,67	1,675	-0,29	1,509														
28		A''	0,665	0	1,675	0,665	1,675														
29		<b>Projektion der Schnittfläche</b>																			
30		A'''	0,665	0	0	0,665	0														
31		B'''	0	0,665	0	0,288	0,166														



**Höhe der aufgesetzten Pyramide**  
 $h = 66,50\%$  der Pyramidenhöhe  $H$

**Höhe des Quaders**  
 $h' = H - h = 33,50\%$  der Pyramidenhöhe  $H$

**Rauminhalt der Pyramide**  
 $V_H = 6,667$

**Rauminhalt der aufgesetzten Pyramide**  
 $V_h = 1,961 = 29,408\%$

**Rauminhalt des Quaders**  
 $V_{Hh} = 2,963 = 44,444\%$

Projektion / Rotation / 3Achsen / Würfel+Ebene / Kuboktaeder / Ebenenschnitt / **Quadervolumen** / Schatten / D

# Alternative zu Abb. 14: Drehbare Pyramide mit Schatten

Microsoft Excel - Excel für ML 134.xls

Frage hier eingeben

Darstellung des Schattenwurfs einer drehbaren Pyramide

		Drehung			Projektion	
		-0,68	-0,73	0,00	-0,5	-0,3
		0,73	-0,68	0,00	1,00	0
Grundquadrat		0,00	0,00	1,00	0	1

Koordinaten der Sonne	
x <sub>1</sub> =	30
x <sub>2</sub> =	70
x <sub>3</sub> =	25

Schnittparameter r = 1,25

Koordinaten der projizierten Pyramidenspitze S' auf die x <sub>1</sub> x <sub>2</sub> -Ebene	
s' <sub>1</sub> =	-7,5
s' <sub>2</sub> =	-17,5
s' <sub>3</sub> =	0

Drehen der Pyramide

Drehwinkel in Bogenmaß: 227°  
3,9618974

Schattenwurf	
A	-2,7 -2,9 0 -1,6 0,68
S'	-7,5 -18 0 -14 1,88
B	2,93 -2,7 0 -4,2 -0,7
C	2,73 2,93 0 1,6 -0,7
S'	-7,5 -18 0 -14 1,88
D	-2,9 2,73 0 4,2 0,73

Lichtstrahl	Koordinaten			Projektion	
Sonne	30	70	25	55	17,5
S'	-7,5	-17,5	0	-13,75	1,875